Université Kairouan **Année Universitaire 2012/2013**

ISMAI **M2: IF**

Enseignant: MED Essaied Hamrita

TD: Séries Temporelles
Processus ARMA

Exercice 1: En utilisant la figure 1, discuter la stationnarité de chaque processus:

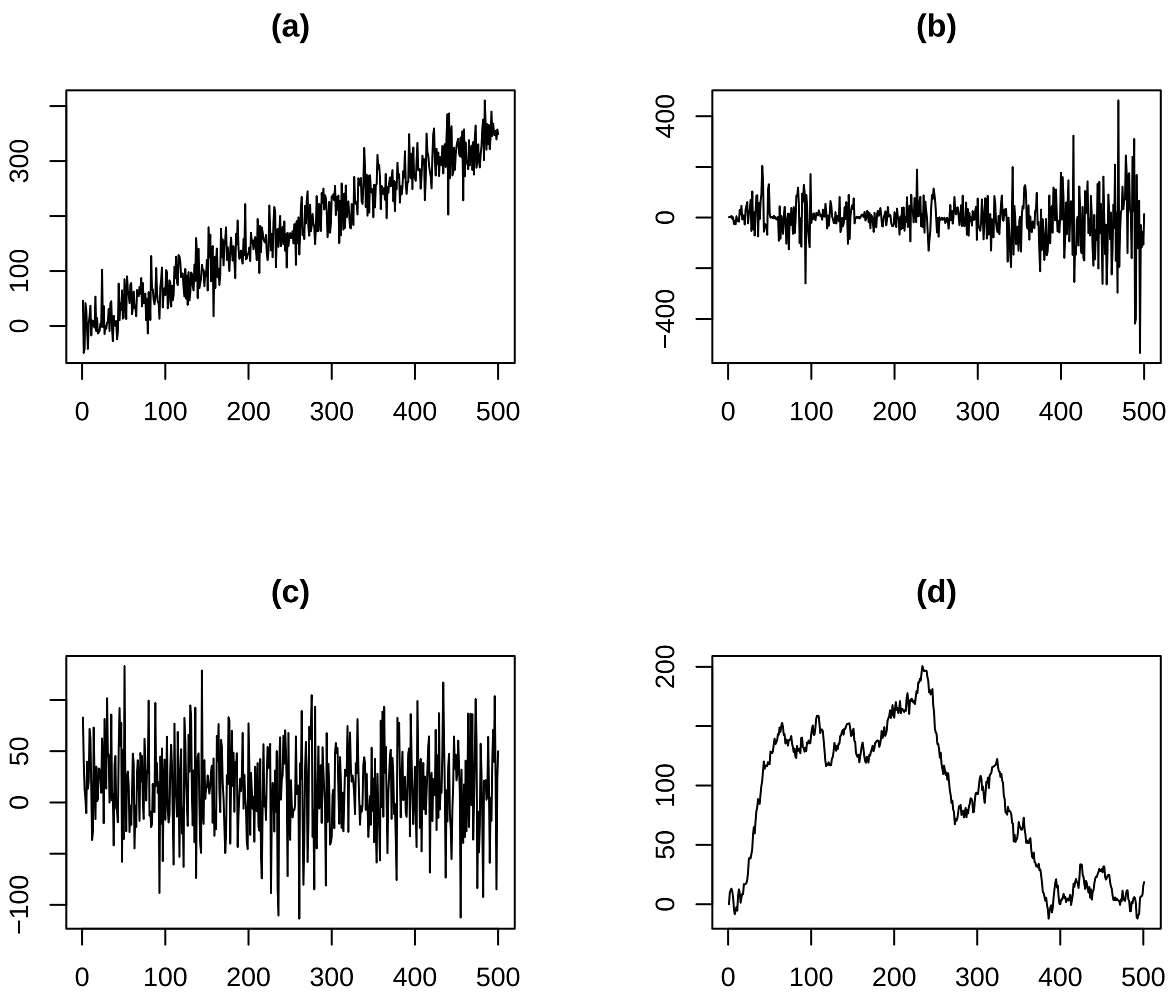

Figure 1.

Exercice 2: Soit $\{X_t\}$ un processus MA(1) tel que:

$$X_t = \epsilon_t - \frac{1}{2}\epsilon_{t-1} \;\; ; \;\; \text{où} \;\; \epsilon_t \backsim \text{BB}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

1) Ecrire ce modèle en utilisant l'opérateur retard et déterminer l'équation caractéristique associée au polynôme retard.

2) Montrer que $\{X_t\}$ admet un écriture AR(∞):

$$X_t = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k X_{t-k} + \epsilon_t$$

dont on déterminera les coefficients π_k.

3) Déterminer $E(X_t)$ et $V(X_t)$.

4) Calculer les trois premiers coefficients de la FAC et ceux de la FACP.

Exercice 3: Soit $\{X_t\}$ un processus ARMA(2,1) tel que:

$$X_t = 0.2X_{t-1}\,0.15X_{t-2} + \epsilon_t + 0.3\epsilon_{t-1} \quad \text{où} \quad \epsilon_t \backsim \mathrm{BB}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

1) Montrer que $\{X_t\}$ est sur-paramétré et donner l'expression du processus minimal.

2) Etudier la stationnarité de $\{X_t\}$ et calculer $E(X_t)$.

3) Calculer les trois premiers coefficients de corrélations ainsi que ceux de corrélations partielles.

Exercice 4: Soit $\{X_t\}$ un processus AR(2) satisfaisant:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \phi^2 X_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{où} \quad \epsilon_t \backsim \mathrm{BB}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

1) Pour quelles valeurs de ϕ le processus est-il causal?

2) On a calculé, à partir d'un échantillon de 200 observations, $\hat{\gamma}(0) = 6.06$ et $\hat{\gamma}(1) = 0.687$.

Donner les estimateurs de ϕ et de σ^2.

Exercice 5: Soient u_t et v_t deux bruits blancs de variances respectives σ^2 et $\theta^2\sigma^2$ avec $|\theta| < 1$. On considère les processus $\{X_t\}$ et $\{Y_t\}$ tels que:

$$X_t = u_t + \theta u_{t-1} \qquad \text{et} \qquad Y_t = v_t + \frac{1}{\theta} v_{t-1}$$

Montrer que $\{X_t\}$ et $\{Y_t\}$ ont la même fonction d'auto-covariance.