

Session Janvier 2017

| | |
|-------------------|---|
| Module | Séries temporelles |
| Auditoire | 2^{ième} Année Mastère Ingénierie financière |
| Enseignant | Mohamed Essaied Hamrita |
| Durée | Deux heures |

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 : Soit le processus X_t défini par :

$$X_t - 0.4X_{t-1} - 0.45X_{t-2} = \epsilon_t - 0.3\epsilon_{t-1} - 0.4\epsilon_{t-2}, \quad \epsilon_t \sim BB(0, 0.6)$$

- 1) Montrer que ce processus est sur-paramétré. En déduire que ce modèle peut-être réduit à un modèle $ARMA(1, 1)$.
- 2) Ce dernier modèle est-il stationnaire? Inversible?
- 3) Montrer que le processus X_t admet une écriture $MA(\infty)$ et déterminer l'expression des ψ_j en fonction de j tels que $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \epsilon_{t-j}$.
- 4) Déterminer l'expression de la fonction d'auto-corrélation (FAC) théorique de ce processus, $\rho(k)$, en fonction de k .
- 5) Calculer les 3 premières auto-corrélations partielles.
- 6) Ecrire les lignes de commandes R qui permettent de :
 - i) Simuler 500 réalisations du processus x_t .
 - ii) Représenter la FAC empiriques de la série simulée.
 - iii) Représenter la FACP empirique de la série simulée.

Exercice 2 :

Une série temporelle de taille 30 est ajustée à l'aide d'un modèle $AR(2)$. L'estimation de ce modèle a fournit les résultats suivants :

| | ar1 | ar2 | constante |
|----------|------|------|-----------|
| Estimate | 0.51 | 0.07 | 0.47 |
| σ | 0.18 | 0.18 | 0.29 |

- 1) Expliquer pourquoi ce modèle est stationnaire.
- 2) Tester, au seuil $\alpha = 5\%$, la signification des coefficients.
- 3) Tester l'hypothèse $H_0 : \text{constante} = 1$ au seuil de signification $\alpha = 5\%$.
- 4) Pour les mêmes données, un modèle $AR(1)$ est estimé. Les résultats de l'estimation est donnée comme suit :

| | ar1 | ar2 |
|-----|-------|------|
| AIC | 67.74 | 69.6 |

Quel modèle doit-on retenir? Citer deux raisons qui argumentent votre décision.

Exercice 3 :

- 1) Énoncer les étapes de la méthodologie de Box-Jenkins.
- 2) Décrire deux tests paramétriques d'absence d'auto-corrélation des erreurs (Donner les hypothèses, la statistique et la règle de décision).