

Université de Kairouan
Institut Supérieur des Mathématiques Appliquées & Informatique
Examen Janvier 2014

Module	Série temporelle
Auditoire	2ieme Année Mastère Ingénierie financière
Enseignant	Mohamed Essaied Hamrita
Durée	Deux heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Aucun document n'est autorisé.

L'examen comporte deux exercices indépendants répartis sur 03 pages.

Exercice 1 : (7 points)

Soit X_t un processus $ARMA(1,1)$ défini par :

$$X_t - \theta X_{t-1} = \epsilon_t + \theta \epsilon_{t-1}$$

où $|\theta| < 1$ et $\epsilon_t \sim BB(0,1)$.

1. Ce processus est-il causal? Inversible? Stationnaire? (1.5 pts).
2. Déterminer la représentation $MA(\infty)$ de ce processus. (2 pts).
3. Déterminer la fonction d'auto-covariance $\gamma(k)$ du processus X_t et en déduire que la fonction d'auto-corrélation simple est : (2.5 pts)

$$\rho(k) = 2\theta^k \frac{1 + \theta^2}{1 + 3\theta^2}$$

4. Définir et calculer la fonction d'auto-corrélation partielle ϕ_{kk} , pour $k = 1, 2$ et $\theta = 0.6$. (2 pts).

Exercice 2 : (13 points)

Dans cet exercice, on désire modéliser une série temporelle en suivant la méthodologie de Box-Jenkins. La figure 1 donne l'évolution de la série brute (en haut) ainsi que la première différence de cette série (en bas). La figure 2, représente les auto-corrélations empiriques simples (à gauche) et partielles (à droite), les lignes horizontales représentent les bornes de l'intervalle de confiance des auto-corrélations..

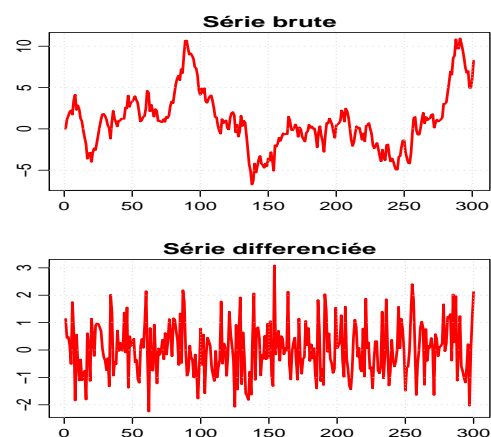


FIGURE 1 – L'évolution de la série et la série différenciée.

- 1) Interpréter la figure 1.
- 2) Énoncer les étapes de la méthodologie de Box-Jenkins.

3) En interprétant la figure 2, donner les différents modèles ARMA candidats qui peuvent modéliser la série en question.

4) En suivant la méthodologie de Box-Jenkins et en utilisant les sorties données ci-dessous, déterminer le modèle le plus approprié à cette série (Effectuer les tests nécessaires et chaque fois, énoncer les hypothèses et les statistiques des tests utilisés).

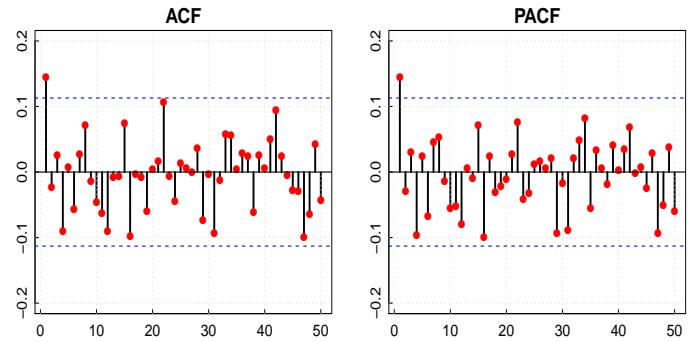


FIGURE 2 – L'évolution de la série et la série différenciée.

X.bar=0.02457636, n=299, sigma_X=0.9529528

Modèle AR(1):

Coefficients:
ar1 0.0755
s.e. 0.0580

sigma^2 estimated as 0.9006,
log likelihood = -409.98, aic = 823.96

Test de Box Pierce au seuil 5 %

BP(4)= 3.3153 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3

Test de Ljung Box au seuil 5 %

LB(4)= 3.379 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3

Test de retournement au seuil de 5 %:
#####

T = 186 ; mu_T = 198.66667 ; sigma_T = 7.28087 ;

Z = 1.96 ; p.value = 0.082

Test de rang au seuil de 5 %:

P = 22780 ; mu_P = 22425 ; sigma_P = 868.17577 ;
Z = 1.96 ; p.value = 0.683
#####

Modèle MA(1):

ma1: 0.0805
s.e. 0.0600

sigma^2 estimated as 0.9003,
log likelihood = -409.92, aic = 823.85

Test de Box Pierce au seuil 5 %

BP(4)= 3.2846 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3

Test de Ljung Box au seuil 5 %

LB(4)= 3.3483 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3

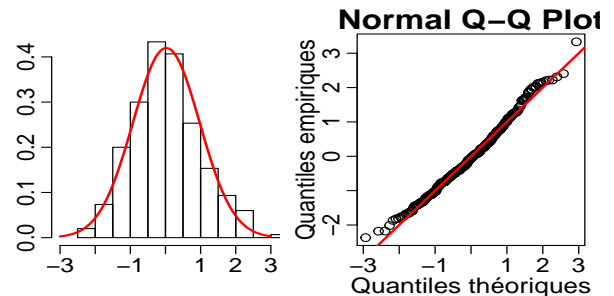
Test de retournement au seuil de 5 %:
#####

T = 186 ; mu_T = 198.66667 ; sigma_T = 7.28087 ;

Z = 1.96 ; p.value = 0.082

Test de rang au seuil de 5 %:

P = 22774 ; mu_P = 22425 ; sigma_P = 868.17577 ;
Z = 1.96 ; p.value = 0.688
#####

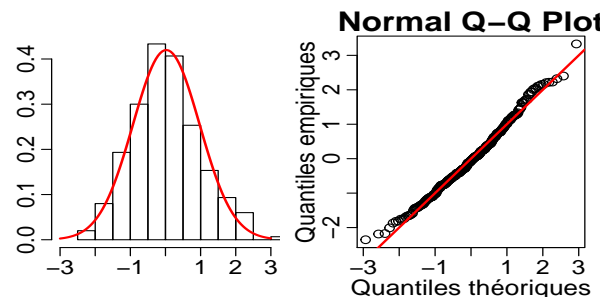


Test de White au seuil 5 %

LM(12)= 285.76917 ; chi2= 39.36408

Test ARCH d'Engel au seuil 5 %

LM(12)= 289 ; chi2= 23.33666 R2= 1
#####



Test de White au seuil 5 %

LM(12)= 285.39165 ; chi2= 39.36408

Test ARCH d'Engel au seuil 5 %

LM(12)= 289 ; chi2= 23.33666 R2= 1
#####

```

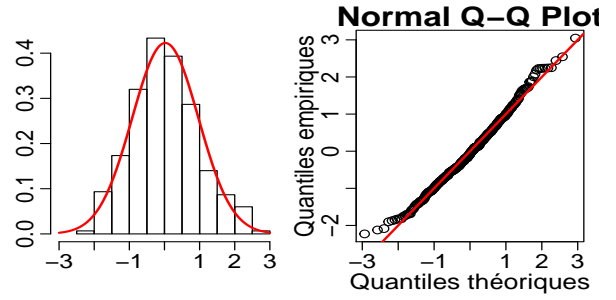
Modèle ARMA(1,1):
      ar1    ma1
      -0.797 0.881
s.e.    0.093 0.070

sigma^2 estimated as 0.9003,
log likelihood = -409.92, aic =823.85
#####
      Test de Box Pierce au seuil 5 %
#####
BP(5)= 1.2969 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3
#####
      Test de Ljung Box au seuil 5 %
#####
LB(5)= 1.3219 ; Chi2= 9.3484 ; ddl= 3
#####
      Test de retournement au seuil de 5 %:
#####

T = 188 ; mu_T = 198.66667 ; sigma_T = 7.28087

Z = 1.96 ; p.value = 0.143
#####
      Test de rang au seuil de 5 %:
#####
P = 22822 ; mu_P = 22425 ; sigma_P = 868.17577;
Z = 1.96 ; p.value = 0.647
#####

```



```

#####
      Test de White au seuil 5 %
#####
LM(12)= 278.79825 ; chi2= 39.36408
#####
      Test ARCH d'Engel au seuil 5 %
#####
LM(12)= 289 ; chi2= 23.33666, R2= 1
#####

```

Bon Travail