

Université de Kairouan
Institut Supérieur des Mathématiques Appliquées & Informatique
Examen Février 2013

Module	Série temporelle
Auditoire	2ieme Année Mastère Ingénierie financière
Enseignant	Mohamed Essaied Hamrita
Durée	Deux heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 :

1) On considère les deux processus suivants :

$$(1 - \phi L)X_t = (1 - \theta L)\epsilon_t \quad (1)$$

$$X_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2)\epsilon_t \quad (2)$$

où ϵ_t est un bruit blanc. Dans quelles conditions, ces processus sont causales? inversibles? stationnaires?

Déterminer la fonction d'auto-corrélation du second processus.

2) Montrer que l'auto-corrélation d'ordre 1 du premier processus est :

$$\rho(1) = \frac{(\phi - \theta)(1 - \phi\theta)}{1 + \theta^2 - 2\phi\theta}$$

Déterminer l'auto-corrélation d'ordre k du même processus.

3) Écrire la représentation moyenne mobile infinie du premier processus.

4) Soit le processus $(1 - \phi(1 + \phi)L + \phi^3 L^2)Z_t = \epsilon_t$ avec $|\phi| < 1$. Montrer que le processus Z_t est stationnaire.

Exercice 2 :

Dans cet exercice, on se propose de modéliser une certaine série par un processus ARMA. Dans la figure (1), on donne le graphique de la série brute ainsi que celui de la série différenciée.

1) En observant le graphique de la série brute, dire s'il s'agit d'une série stationnaire ou non (avec justification).

2) Énoncer les étapes de la méthodologie de Box-Jenkins.

3) En s'appuyant sur cette méthodologie, déterminer le modèle adéquat décrivant la série (on donnera les hypothèses des tests utilisés ainsi que leurs statistiques).

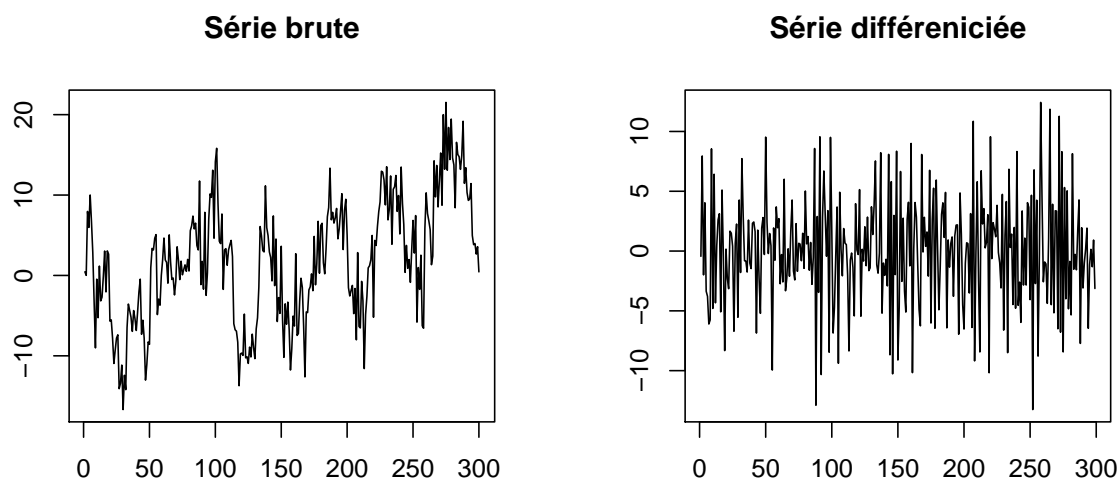


FIGURE 1 – La série observée

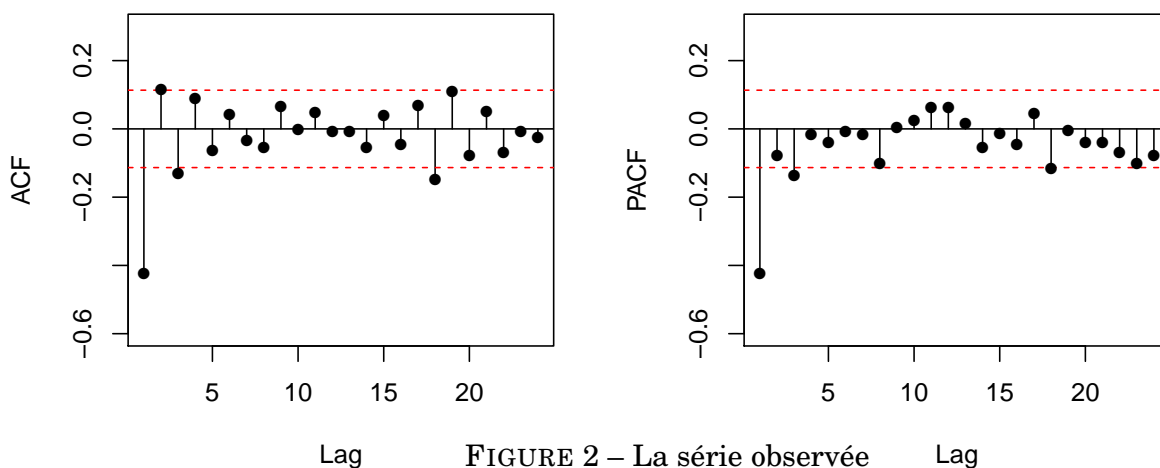


FIGURE 2 – La série observée

Modèle	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
μ (Pr(>t))	0.0035 (0.9837)	0.00034 (0.997897)	0.001054 (0.99394)
ϕ (Pr(>t))	-0.4221 (1.813 10^{-14})	—	-0.11748 (0.45196)
θ (p-value)	—	-0.4652 (2.937 10^{-17})	-0.362944 (0.01888)
$\hat{\sigma}_\epsilon^2$	17.85	17.64	17.61
$Q(30)$ (p-value)	27.4564 (0.5992)	32.1375 (0.3612)	28.9621 (0.5196)
<i>AIC</i>	1716.49	1713.02	1714.44