**Université de Kairouan**
**ISMAI**
**Enseignant : Med Essaied Hamrita**

**Année Universitaire 2016/2017**
**M1 : Ingénierie Financière**

# Statistiques paramétriques & non paramétriques

## TD2 : Intervalle de confiance

**Exercice 1 :**
Deux échantillons aléatoires $X = (X_1, X_2, \dots, X_{11})$ et $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_6)$ sont issues de deux populations indépendantes :

$$X \sim N(m_x = 1, \sigma_x^2 = 1) \text{ et } Y \sim N(m_y = 2, \sigma_y^2 = 0.5)$$

Calculer
1) La probabilité $P(S^2 \leq 1.5)$.
2) Le quantile $c$ tel que $P(\overline{X} > c) = 0.25$.
3) La probabilité $P(\overline{X} - 0.1 > \overline{Y} + 0.1)$.
4) Le quantile $k$ tel que $P(\frac{S_x^2}{S_Y^2} \leq k) = 0.9$.
5) La probabilité $P(\overline{X} - 0.1 > 0.1 - \overline{Y})$.

**Exercice 2 :** Des chimistes ont analysé la teneur des ions magnésium de dix bouteilles d'eau minérale. Les résultats exprimés en mg/l, ont été enregistrés comme suit :

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 22 | 24.6 | 23.4 | 21.3 | 26.8 | 20.4 | 24.9 | 25.5 | 26.8 | 23.8 |

Donner un intervalle de confiance de niveau 90% pour la moyenne, la variance et l'écart-type du taux de magnésium dans les bouteilles analysées (On supposera ce taux normal).

**Exercice 3 :** On a observé 28 sucées de 70 expériences de Bernoulli. Déterminer un intervalle de confiance de niveau 90% de la proportion, $p$, de la population.

**Exercice 4 :** Des essais en laboratoire sur 20 lampes miniatures donnent les durées de vie suivantes, en heures : 451, 412, 412, 375, 407, 454, 375, 393, 355, 364, 414, 413, 345, 432, 392, 329, 439, 381, 451, 413.
On suppose la durée de vie distribuée normalement.
1) Donner l'estimation ponctuelle de la durée de vie moyenne et de sa variance pour l'ensemble de la production.
2) Estimer par un intervalle ayant un niveau de confiance de 95% la durée de vie moyenne.

**Exercice 5 :**

1) Un premier échantillon de taille $n_1 = 9$ issu d'une loi normale $N(m_1, \sigma_1)$ a donné $\overline{X_1} = 42$ et $S_1^2 = 38$. Déterminer un intervalle de confiance pour $\sigma_1$ au niveau de 90 %.

2) Un deuxième échantillon de taille $n_2 = 6$ issu d'une loi normale $N(m_2, \sigma_2)$ a donné $\overline{X_2} = 36$ et $S_2^2 = 42$. Déterminer un intervalle de confiance pour $\sigma_2$ au niveau de 90 %.

3) Trouver un intervalle de confiance pour $\sigma_1/\sigma_2$ au niveau de 90 %.

4) Déterminer un intervalle de confiance pour $m_1 - m_2$ au niveau 90 %.

**Exercice 6 :** Dans une enquête portant sur 100 étudiants en Mathématiques, 60 souhaitent s'inscrire au mastère.

1) Trouver un intervalle de confiance, au seuil 95 %, de la proportion des étudiants qui souhaitent s'inscrire au mastère.

2) Combien d'étudiant doit-on interroger pour que l'intervalle de confiance soit $\pm 1$ %, au seuil de confiance 95 % ?

3) Avec les étudiants interrogés (Question 2), quel est le seuil de confiance qui donne un intervalle de $\pm 1$ % ?

**Exercice 6 :** Les observations relatives à deux populations indépendantes sont notées $X_1, X_2, \ldots, X_{n_1}$ et $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n_2}$ où $n_1 \neq n_2$. On suppose que les $X_i$ sont indépendantes et suivent la même loi $N(m_x, \sigma_x^2)$ et que les $Y_j$ sont indépendantes et suivent la même loi $N(m_y, \sigma_y^2)$.

1) En admettant que $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ où $\sigma^2$ est un scalaire connu, trouver un intervalle de confiance pour un niveau de confiance 95% de $\delta = m_x - m_y$.

2) Reprendre la question précédente si $\sigma_y^2 = k\sigma_x^2$ où $k$ est connu ($\sigma_x^2$ et $\sigma_y^2$ inconnus).

Application numérique : $k = 2$, $n_1 = 32$, $\overline{Y} = 3\overline{X} = 3$.