

Session Juin 2016

Module	Statistique paramétrique & non paramétrique
Auditoire	Première année Mastère Ingénierie Financière
Enseignant	Mohamed Essaied Hamrita
Durée	Deux heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire discrète de fonction de probabilité :

$$f(x) = P(X = x) = \left(\frac{1}{\theta}\right) \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)^{x-1}, \quad \theta > 1, x = 1, 2, \dots$$

où θ est un paramètre inconnu que l'on cherche à estimer. Pour ce faire, on considère un échantillon de taille n de la variable X . On sait, par ailleurs, que $E(X) = \theta$ et $V(X) = \theta(\theta - 1)$.

1. Déterminer $\hat{\theta}$, l'estimateur de θ par la méthode des moments.
2. Déterminer $\tilde{\theta}$, l'estimateur de θ par la méthode du maximum de vraisemblance. Est-il sans biais et convergent ?

Exercice 2 :

On procède à une série de mesures avec un même appareil. On suppose que le résultat d'une mesure est variable aléatoire normale de moyenne m et de variance $\sigma^2 = 0.25$. On a observé les 9 mesures suivantes :

15.2 15.8 14.7 15.3 15.9 15.1 15.6 14.9 14.9

1. Construire un intervalle de confiance de niveau 95% pour le paramètre m .
2. On veut tester le corps d'hypothèses suivant :

$$\begin{cases} H_0 : m = 15 \\ H_1 : m > 15 \end{cases}$$

- a) Construire la région critique correspondant au test le plus puissant.
 - b) Quelle est la décision à prendre au seuil $\alpha = 5\%$?
3. On note η la puissance du test. Calculer ce paramètre pour des différentes valeurs de la moyenne en remplissant le tableau suivant :

m	15.5	16	17	18
η				

Exercice 3 :

Soit le tableau suivant relatif à la répartition des salariés d'une entreprise selon le sexe et l'ancienneté :

Ancienneté \ Sexe	Masculin	Féminin	Total
	Moins de 10 ans	35	133
De 10 à moins de 20 ans	90	143	233
20 ans et plus	77	22	99
Total	202	298	500

Tester au seuil $\alpha = 5\%$ si l'ancienneté et le sexe sont deux variables indépendantes ou non.

Exercice 4 :

Les observations sur des prélèvements n°1 et n°2 d'une caractéristique d'un produit X sont données par le tableau suivant :

n°1	53.1	52.85	54.3	53.75	53.55
n°2	53.2	52.55	52.31	52.23	

On veut tester s'il y a une différence significative entre les deux échantillons.

1. Proposer, en justifiant votre choix, le test approprié.
2. Appliquer ce test et interpréter le résultat (on prendra $\alpha = 5\%$).