

Session Juin 2015

Module	Statistique paramétrique & non paramétrique
Auditoire	Première année Mastère Ingénierie Financière
Enseignant	Mohamed Essaied Hamrita
Durée	Deux heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 (4 points) :

Soit (X_1, \dots, X_n) un n -échantillon issu de la loi normale $N(m, \theta^2)$. On note $\hat{\theta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i - m|$.

1. Déterminer $E(Y)$ où $Y = |X - m|$.
2. En déduire que $\hat{\theta}$ est un estimateur sans biais de θ .
3. Déterminer $V(\hat{\theta})$ et montrer que $\hat{\theta}$ est un estimateur convergent de θ .

Exercice 2 (7 points) :

Soit (X_1, \dots, X_n) un n -échantillon issu de la loi uniforme sur $[0, \theta]$. On note $\hat{\theta}_1 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ et

$$\hat{\theta}_2 = \frac{n+1}{n} \max\{X_i\}.$$

1. Soit $Y = \max\{X_i\}$. Déterminer la densité de Y et en déduire $E(Y)$ et $V(Y)$.
2. Montrer que $\hat{\theta}_1$ et $\hat{\theta}_2$ sont deux estimateurs sans biais de θ .
3. Parmi ces deux estimateurs, lequel est plus efficace ?

Exercice 3 (5 points) :

Une étude a été faite pour comparer les performances des roulements du moteur effectuée sur des différents composés. Dix roulements de chaque type ont été testés. Le tableau suivant donne les temps jusqu'à la rupture (en unités de millions de cycles) :

Type I (X)	3.03	5.53	5.60	9.30	9.92	12.51	12.95	15.21	16.04	16.84
Type II (Y)	3.19	4.26	4.47	4.53	4.67	4.69	12.87	6.79	9.37	12.75

1. On suppose que les variables X et Y suivent tous les deux la loi normal. Tester s'il y a une différence significative au seuil $\alpha = 5\%$ entre les deux types.
2. Répondre à la même question en utilisant un test non paramétrique.

Exercice 4 (4 points) :

Salah a un dé cubique dont ses faces sont numérotées 1, 2, ..., 6. Il a obtenu les scores suivants :

Score	1	2	3	4	5	6
Fréquence	17	20	29	20	18	16

Il croît que ce dé est truqué. En appliquant le test convenable, aider lui pour infirmer ou confirmer cette intuition. (Pour le test, on prend $\alpha = 5\%$.)