Projet 2

Tests des générateurs des nombres pseudo-aléatoires

Le but de ce projet est de tester la qualité des différents générateurs des nombres pseudo-aléatoires. Le travail demandé :

– Définir et donner les qualités de ces trois générateurs :

a) Générateur à congurence linéaire, i.e : $X_{n+1} = (a \times X_n + c) \bmod m$.

b) Générateur à congurence linéaire multiple, i.e :

$$X_{n+1} = (a_1 \times X_n + a_2 X_{n-1} + a_3 X_{n-2} + b) \bmod m.$$

c) Générateur de Fibonacci retardé, i.e : $X_n = (X_{n-p} - X_{n-s}) \bmod m$ avec $p > s$.

– Écrire des fonctions ***R*** pour ces trois générateurs qui donnent des nombres aléatoires.

– Tester les qualités de ces générateurs (test d'adéquation, test de stochasticité et test d'indépendance) à travers les séquences simulées.

$$\ln L_n = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln(\sigma_\epsilon^2) - \frac{1}{2}\ln\left(det(Z'Z)\right) - \frac{S(\phi,\theta)}{2\sigma_\epsilon^2}$$

Z est une matrice de taille $(p+q+n, p+q)$ qui dépends des paramètres ϕ_i $(i = 1, \ldots, p)$ et θ_j $(j = 1, \ldots, q)$.

$S(\phi,\theta) = \sum_{t=0}^{n} \left(E(\epsilon_t)\right)^2$.

En maximisant cette fonction, on déduit les estimateurs $\widehat{\phi}_i$, $\widehat{\theta}_j$ et $\widehat{\sigma}_\epsilon^2$.

Pour tester si on inclut le terme constant lors de l'estimation ou non, i.e $H_0 : c = 0$ vs $H_0 : c \neq 0$, on procède comme suit :

Si $|t| = \sqrt{n}\left|\frac{\overline{X}}{\widehat{\sigma}\epsilon}\right| < Z_{1-\alpha/2}$, on accepte H_0.