

Session Mai 2015

Module	Probabilité & Statistique
Auditoire	L2 : Mathématiques
Enseignant	Mohamed Essaied Hamrita
Durée	Deux heures

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 : (5 points)

On lance deux dés cubiques uniformes. On considère la variable aléatoire X désignant le nombre maximal des deux faces apparues.

1) Montrer que la loi de X est donnée par : $P(X = x) = \frac{2x-1}{36}$, $x = 1, 2, \dots, 6$. (1.5 pts).

2) On définit la variable aléatoire Y par le score maximal obtenu suite aux k lancers indépendantes d'un dé cubique uniforme. Déterminer l'expression de la densité de probabilité de la variable aléatoire Y . (1.5 pts).

3) Calculer $E(X)$ et $V(X)$. (2 pts).

Exercice 2 : (5 points)

1) Soit une v.a X de d.d.p : $f(x) = 2x^{-3}\mathbb{1}_{]2,+\infty[}$. Trouver la densité de la variable aléatoire $Y = \log(X)$. (2 pts).

2) On suppose que la température T pendant le mois Avril suit une loi normale de moyenne 20° et d'écart-type 3° .

a) Calculer les probabilités : $P(21 \leq T \leq 26)$ et $P(19 \leq T \leq 21)$. (2 pts).

b) Déterminer t tel que $P(T \leq t) = 0.975$. (1 pt).

Exercice 3 (10 points) :

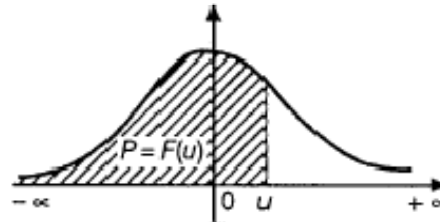
La durée de vie (en année) d'un composant électrique, X , est une $v.a$ de densité de probabilité :

$$f(x) = kx \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \mathbb{1}_{[0,+\infty[}$$

- 1) Déterminer la constante k . (1.5 pt).
- 2) Donner la fonction de répartition de X . (2 pts).
- 3) Quelle est la probabilité que le composant fonctionne durant au moins six ans. (0.5 pt).
- 4) a) Déterminer la fonction génératrice des moments de la $v.a.X$. (On précisera le domaine sur lequel existe et est finie). (2 pts).
b) En déduire $E(X)$ et $V(X)$. (2 pts).
- 5) a) Énoncer le théorème de l'inégalité de Benyamé-Tchebychev. (1 pt).
b) En appliquant ce dernier théorème, minorer $P(14 \leq X \leq 18)$. (1 pt).

Bon Travail

Table 1
 Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite
 Probabilité $F(u)$ d'une valeur inférieure à u



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Tables pour les grandes valeurs de u

u	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$F(u)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,99984	0,99992	0,99996	0,99997