Université de Kairouan

Institut Supérieur des Mathématiques Appliquées & Informatique

Mémoire de Mastère professionnel

Spécialité : Ingénierie Financière

Analyse de la Value-at-Risk du marché des changes tunisien : Une analyse comparative

Nesrine Selmi

Sous la direction de Monsieur

Mohamed Essaied Hamrita

Année Universitaire 2013/2014

Dédicace

À mes parents,

ma soeur et mon frère.

Remerciement

J'aimerais avant tout exprimer mes remerciements les plus sincères à mon directeur de recherche monsieur Mohamed Essaied Hamrita pour avoir accepté de diriger ce travail et pour m'avoir encouragée et soutenue durant toute cette année ; je le remercie aussi pour la grande patience et pour sa généreuse compréhension.

J'adresse mes plus vifs remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail.

Je désire présenter à la fin ma reconnaissance à mes parents, ma soeur et mon frère pour leur présence, leur aide et leur soutien dans mes moments les plus difficiles. Enfin un grand merci a mes très chers amis.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

CHAPITRE 1

Introduction générale

1.1 Introduction

Quel est le plus que je peux perdre sur cet investissement ? C'est une question que presque chaque investisseur qui a investi ou envisage d'investir dans un actif risqué demande à un moment donné dans le temps. Value at Risk tente d'apporter une réponse, au moins dans une limite raisonnable. En fait, il est trompeur de considérer Value at Risk, VaR comme une alternative de valeur à risque ajustée et approches probabilistes. Après tout, il s'inspire largement des deux. Toutefois, la large utilisation de la VaR comme un outil d'évaluation des risques, en particulier dans les entreprises de services financiers, et l'abondante littérature qui s'est développée autour d'elle, nous pousse à consacrer ce travail.

Nous commençons ce chapitre par une description générale de la VaR et la vision du risque qui sous-tend sa mesure, et d'examiner l'histoire de son développement et les applications. Nous examinons ensuite les diverses questions d'estimation et les questions qui ont été soulevées dans le cadre de la mesure VaR et comment les analystes et les chercheurs ont essayé de traiter avec eux. Ensuite, nous évaluons les variations qui ont été développés sur la commune mesure, dans certains cas, pour faire face à différents types de risques et dans d'autres cas, comme une réponse aux limites de la VaR.

1.2 C'est quoi la valeur a risque ?

Dans sa forme la plus générale, la valeur à risque mesure la perte potentielle de valeur d'un actif ou d'un portefeuille à risque pendant une période définie pour un intervalle de confiance donné. Ainsi, si la VaR d'un actif est de 100 millions de dollars à une semaine, le niveau de confiance de 95%, il y a seulement un 5% de chances que la valeur de l'actif va baisser de plus de 100 millions de dollars sur une semaine donnée. Dans sa forme la plus adaptée, la mesure est parfois défini de façon plus étroite que la perte possible de la valeur de "risque de marché normale", par opposition à tous les risques, ce qui nécessite que l'on établit des distinctions entre les risques normaux et anormaux ainsi qu'entre les risques de marché et hors marché.

Alors que la Value at Risk peut être utilisé par toute entité pour mesurer son exposition au risque, il est utilisé le plus souvent par les banques commerciales et d'investissement pour capturer la perte potentielle de valeur de leurs portefeuilles échangés contre les fluctuations défavorables du marché sur une période déterminée.

Cela peut ensuite être comparé à leur capital disponible et les réserves de trésorerie afin de s'assurer que les pertes peuvent être couvertes sans mettre les entreprises à risque. en regardant plus près de la valeur a risque, il y a des aspects clés qui reflètent clairement notre discussion de simulations :

1. Pour estimer la probabilité de la perte, avec un intervalle de confiance, nous devons définir les distributions de probabilité des risques individuels, la corrélation entre ces risques et l'effet de ces risques sur la valeur. En fait, les simulations sont largement utilisées pour mesurer la VaR du portefeuille d'actifs.

2. L'objectif de la VaR est clairement sur le risque de baisse et les pertes potentielles. Son utilisation dans les banques reflète leur crainte d'une crise de liquidité, où un événement à faible probabilité catastrophique crée une perte qui efface la capitale et crée un exode de la clientèle. La disparition de la gestion du capital à long terme, le fonds d'investissement avec la paroi supérieure pedigree marchands ambulants et les lauréats du prix Nobel, a été un déclencheur dans l'acceptation généralisée de la VaR.

3. Il y a trois éléments clés de la VaR ; un certain niveau de perte de valeur, une période de temps fixe au-dessus duquel le risque est évalué et un intervalle de confiance. La VaR peut être spécifié pour un actif pris individuellement, un portefeuille d'actifs ou d'un cabinet entier.

4. Alors que la VaR à des banques d'investissement est spécifiée en

termes de risques de marché - les changements de taux d'intérêt, la volatilité du marché boursier et la croissance économique - il n'y a aucune raison pour que les risques ne peuvent pas être définis de manière plus large ou étroite dans des contextes spécifiques. Ainsi, nous pourrions calculer la VaR pour un grand projet d'investissement pour une entreprise en termes de risques concurrentiels et spécifique à l'entreprise et la VaR pour une société minière d'or en termes de risque de prix de l'or.

Dans les sections qui suivent, nous allons commencer par regarder l'histoire du développement de cette mesure, comment la VaR peut être calculée, les limitations et les variations sur les mesures de base et comment VaR s'insère dans le large spectre d'approches d'évaluation des risques .

1.3 L'histoire de la VaR

Bien que le terme "Value at Risk" n'a pas été largement utilisé avant le milieu des années 1990, les origines de la mesure se trouvent plus loin dans le temps. Les mathématiques qui sous-tendent la VaR ont été largement développées dans le cadre de la théorie du portefeuille de Markowitz par Harry et les autres, mais leurs efforts ont été dirigés vers une fin différente ; l'élaboration de portefeuilles optimaux pour les investisseurs. En particulier, l'accent sur les risques de marché et les effets des co-mouvements de ces risques sont au coeur de la façon dont la VaR est calculée.

L'impulsion pour l'utilisation de la VaR, cependant, est venue des crises que les entreprises de services financiers assaillent le temps et les réponses réglementaires à ces crises. Les premières exigences de fonds propres réglementaires des banques ont été adoptées à la suite de la Grande Dépression et les faillites bancaires de l'époque, lors de la Securities Exchange Act a créé la Securities and Exchange Commission (SEC) et les banques tenus de maintenir leurs emprunts en dessous de 2000% de leurs fonds propres capital. Dans les décennies suivantes, les banques ont conçu des mesures de risque et de dispositifs de contrôle pour s'assurer qu'ils répondaient à ces exigences de capital. Avec l'augmentation du risque créé par l'avènement des marchés de produits dérivés et de taux de change flottants dans les années 1970, les besoins en capitaux ont été affinés et développés in Uniform Net Capital Rule de la SEC (UNCR) qui a été promulguée en 1975, qui a classé les actifs financiers que les banques détenaient en douze classes, en fonction du risque, et des exigences de capital requis pour chacun, allant de 0% pour les bons du Trésor à court terme, à 30% pour les actions. Les banques étaient tenues de déclarer leurs calculs de capital dans les états trimestriels qui ont été titrés financiers et d'exploitation unique uniforme combinée (FOCUS) Les premières mesures réglementaires qui évoquent Value at Risk, cependant, ont été lancés en 1980, lorsque la SEC a lié les exigences de fonds propres des entreprises de services financiers aux pertes qui seraient engagés, avec 95% de confiance sur un intervalle de trente jours, dans les différentes classes de sécurité; rendements historiques ont été utilisés pour calculer ces pertes potentielles. Bien que les mesures ont été décrits comme une coupe de cheveux et non comme valeur ou en capital à risque, il était clair que la SEC a été obligeant les entreprises de services financiers de s'engager dans le processus d'estimation d'un mois de 95% Vars et détiennent un capital suffisant pour couvrir les pertes potentielles.

À peu près au même moment, les portefeuilles de négociation des banques d'investissement et commerciales sont de plus en plus grande et plus volatile, créant un besoin de mesures plus sophistiquées et en temps opportun de contrôle des risques. Ken Garbade à la confiance du banquier, dans des documents internes, a présenté des mesures sophistiquées de la valeur à risque en 1986 pour les portefeuilles de titres à revenu fixe de l'entreprise, basées sur la covariance des rendements des obligations d'échéances diverses. Au début des années 1990, de nombreuses entreprises de services financiers ont élaboré des mesures rudimentaires de la valeur à risque, avec des variations importantes sur la façon dont elle a été mesurée. À la suite de nombreuses pertes catastrophiques associés à l'utilisation de produits dérivés et endettement entre 1993 et1995 a abouti à l'échec de la Barings, la banque d'investissement britannique, à la suite d'opérations non autorisées à terme Nikkei et options de Nick Leeson, un jeune trader à Singapour, les entreprises étaient prêtes pour des mesures plus complètes des risques. En 1995, JP Morgan a fourni l'accès du public aux données sur les variances et covariances dans différentes classes d'actifs, de sécurité et qu'il avait utilisés en interne depuis près d'une décennie pour gérer le risque, et permis à des fabricants de logiciels pour développer des logiciels pour mesurer le risque. Il s'intitule le service "RiskMetrics" et utilisé le terme valeur à risque pour décrire la mesure du risque qui a émergé à partir des données. La mesure a trouvé un public prêt auprès des banques commerciales et d'investissement, et les autorités réglementaires qui les supervisaient, qui chauffaient à son appel intuitive. Dans la dernière décennie, la VaR a devient le critère établi d'exposition au risque dans les entreprises de services financiers et a même commencé à se faire accepter dans les entreprises de services non financiers.

CHAPITRE 2

La Value at risk

2.1 Revue de la littérature

La mesure du risque de marché des portefeuilles financiers en utilisant la Value at Risk (VaR) a été largement acceptée et une abondante littérature existe sur mesure VaR. Plus récemment, la littérature a été étendue aux effets des contraintes de la VaR sur la prise de risque et la volatilité des marchés. Un certain nombre de documents ont été critique de contraintes de la VaR (par exemple, (Basak and Shapiro, 2001), (Danielsson et al., 2004), (Morris and Shin, 2004), (Leippold et al., 2004), (Persaud, 2001)). Un argument est que la gestion prendra des risques les plus extrêmes sous contraintes fondées sur la VaR. Cela conduira à des pertes plus importantes par les entreprises qui utilisent la VAR contraintes de portefeuille en fonction des pertes prévues sont dit d'avoir de meilleures propriétés d'incitation. Un deuxième argument est que les changements dans la volatilité des marchés affecteront simultanément la VaR des différents acteurs du marché. Ceci va produire l'élevage du marché et peuvent donc provoquer des sautes plus larges des prix du marché. En conséquence, l'utilisation à grande échelle de la VaR pourrait accroître la volatilité du marché. Dans une autre approche, (Cuoco and Liu, 2006) risque de modèle prenant effets de Exigences de fonds propres fondées sur la VaR assortie de sanctions pénales fondées sur la fréquence et la taille des violations retournées de la VaR. Dans leur modèle, les exigences accrues en matière de fonds propres fondées sur la VaR sont efficace dans le contrôle des risques. En dépit de la grande littérature, seuls quelques articles ont regardé la performance de la VaR pratique (Berkowitz and O'Brien, 2002) et (Jaschke et al., 2003) en utilisant tous les jours les revenus et les revendeurs à valeur ajoutée pour les banques américaines et allemandes, respectivement, et (Jorion, 2002) et (Hirtle, 2003), en utilisant rendement commercial trimestriel de la banque américaine et les données VaR). Nous ne sommes pas au courant de tout données empiriques sur la gestion des risques sous une contrainte VaR ou de ses effets sur la volatilité du marché.

La littérature de la VaR a traité le risque et le rendement que le portefeuille mais pour les concessionnaires de la banque, les frais et un étalement des revenus sont également partie intégrante de la négociation. Bien que nos données sur les revenus de trading n'est pas décomposés, la preuve des rendements moyens élevés peuvent indiquer l'importance du droit et de la propagation des revenus quotidiens.

Les principaux résultats de notre analyse ne peut pas être bien encadrer avec certains des paradigmes sur la gestion du risque VaR et la volatilité des marchés.

Comme avec (Berkowitz and O'Brien, 2002) et (Jaschke et al., 2003), nous constatons avec nos données élargies que la VaR des banques sont prudentes par rapport aux niveaux de VaR prescrits. Dans les modèles standard de Gestion de la VaR contrainte du risque de portefeuille,la prudence impliquerait la VaR contrainte.

Cependant, les banques sont également soumises à l'objet de sanctions si les pertes dépassaient la VaR "trop souvent" par rapport au 99 (niveau de couverture).

En conséquence, le niveau de couverture optimale de la banque peut être à la fois plus élevé que et de plus en plus le niveau prescrit réglementaire (voir (Cuoco and Liu, 2006)). Bien que le VaR banque peut néanmoins contenir des informations prévisionnelles sur le risque de trading de la banque. En utilisant des données trimestrielles, (Jorion, 2002) et (Hirtle, 2003) rapportaient que Vars bancaires avaient le pouvoir en prévision de future volatilité du rendement commercial.

(Berkowitz and O'Brien, 2002) ont constaté que les prévisions de VaR quotidiens à base GARCH ont tendance à être de meilleures prévisions pour 1 jour avant la volatilité de Vars bancaires. Ils n'ont pas tester si VaR banque avait tout pouvoir de prévision. En testant l'hypothèse ici l'utilisation de nos données journalières, Nous trouvons aussi la VaR quotidienne ont le pouvoir de prévision 1 jour avant la volatilité du rendement commercial. Même si la VaR sont prudentes et ont le pouvoir de prévision, la question de savoir si les Règles fondées sur la VaR augmentent les pertes extrêmes . Cette possibilité ne peut pas être formellement testé avec nos données sans connaître la distribution des rendements en l'absence d'une contrainte VaR.

Néanmoins, (Basak and Shapiro, 2001) prédisent des caractéristiques très distinctives du rendement des distributions des portefeuilles sous gestion du risque VaR contraint. Cependant, le noyau parcelles de densité de négociation des distributions de rentabilité de banques conditionnées sur leurs VaR ne semblent pas avoir ces caractéristiques. En examinant la relation entre les revenus de négociation et des risques de marché, nos premier regard sur la relation entre le niveau des revenus et des facteurs de marché en utilisant un linéaire modèle de régression de facteur de marché. Les facteurs couvrent taux de change, (sans défaut) intérêt taux, l'équité et les catégories de risque du marché du crédit. Les résultats de la régression montrent des revenus de négociation à travers les banques ont une relation négative constante à l'évolution des taux d'intérêt. C'est peut-être indicative des durées de portefeuille positifs qui viennent de substantiel à long de concessionnaires postes au sein du gouvernement, des organismes et des titres de dette privée. Alors que d'autres facteurs de marché présentent des coefficients significatifs, les signes varient selon les banques et les facteurs individuels, indiquant aucune tendance constante des expositions au risque de marché directionnel. Dans une deuxième série de tests, nous examinons la relation entre la volatilité des revenus de négociation et la volatilité des facteurs de marché. L' utilisation de la valeur absolue comme une mesure de la volatilité, nous constatons que les jours de forte volatilité des marchés (faible), la volatilité du rendement commercial banque est également élevé (faible). La relation positive entre la volatilité des revenus de négociation et le facteur de marché la volatilité tient en travers de banques et pour les différentes catégories de risque de marché. Cela donne à penser il y a une convergence dans l'exposition aux risques de marché à travers les concessionnaires bancaires, mais ne identifier si les directions des expositions sont également fréquents. (Berkowitz and O'Brien, 2002) ont constaté que les corrélations entre inconditionnels bancaires dans les revenus de négociation positif.

Contrairement à la volatilité des revenus de négociation bancaire, le niveau de la VaR sur la volatilité élevée des marchés jours ne sont pas très différents de niveaux sur les jours de faible volatilité du marché. Ce résultat tient généralement à travers les banques et toutes les catégories de risque de marché. Ainsi, la VaR observée puissance de prévision de la volatilité des revenus de négociation ne semble pas dû à des prévisions de la volatilité du marché . Les résultats vont aussi à l'encontre des arguments que l'utilisation VaR crée élevage comportement. En outre, nous ne trouvons aucune corrélation , la VaR inter-bancaire systématique sont aussi nombreux négative que les corrélations inter-bancaires positifs.

2.2 Caractéristiques d'une mesure de risque

Une théorie de ce que doit être une mesure de risque est présentée dans la littérature par (Szego, 2002). Cette section constitue le point d'ancrage au développement des outils de mesure de la gestion des risques ainsi que leur évaluation.

Ses propos nous permettent d'y comprendre que si nous prenons pour exemple les rendements offerts par un certain nombre de produits financiers donnés que nous pouvons noter X, mesurer le risque devient équivalant à établir une correspondance? entre les variables aléatoires de rendements X et un nombre réel R non négatif déterminé.

$$\rho : X \longrightarrow R$$

Ces mesures scalaires du risque permettent d'ordonner et de comparer les investissements par rapport à leur valeur respective pondérée par le risque. Certaines restrictions doivent être imposées afin de ne pas obtenir d'inexactitude dans les résultats. Afin de mieux comprendre les conditions nécessaires à une mesure du risque scalaire, (Szego, 2002) nous rappelle trois éléments essentiels définissant la distance entre deux points dans l'espace X : " La distance entre un point et lui-même doit être nulle. De plus, la distance ne change pas en inversant les deux points mesurés. Finalement, lorsqu'il y a trois points donnés, la distance entre n'importe quelle paire ne peut être plus grande que la somme des distances entre les deux autres paires." (Traduction libre).

Lorsque une mesure respecte ces critères, nous avons affaire à une mesure de distance adéquate. L'auteur nous mentionne que les éléments présentés ci-haut ne définissent pas une mesure précise, mais seulement les caractéristiques générales des mesures possibles.

Lorsque nous voulons associer ces conditions à une mesure de risque, certaines analogies doivent être faites. Dans ce cas-ci, il est possible de nous référer aux avancements de Artzner et al. (1997, 1999) ainsi que de (Frittelli and Gianin, 2002). Toute mesure de risque ($\widehat{\rho}$) acceptable doit satisfaire les exigences suivantes :

- Homogénéité positive (respect des échelles) : $\rho(\lambda x) = \lambda\rho(x)$ pour toutes variables x et tous les nombres réels positifs λ.
- Sous-additivité : $\rho(x+y) \leq \rho(x) + \rho(y)$ pour toutes variables x et y. Notons qu'il est prouvé qu'une fonction homogène positive est convexe seulement si elle est sous-additive.
- Monotonie : $X \leq Y$ implique $\rho(x) \leq \rho(y)$ pour toutes variables x et y.
- Invariance transitionnelle : $\rho(x+\alpha r_0) = \rho(x) - \alpha$ pour toute variable x et nombres réels α, ainsi que pour le paramètre que nous pouvons interpréter comme le taux sans risque.

(Szego, 2002) fait part de quelques commentaires pertinents sur la signification économique de ces conditions.

En ce qui a trait à la sous-additivité, si ρ n'est pas sous-additif, il devient plus avantageux pour une entreprise de se diviser en différentes sections indépendantes. Au niveau de la réglementation financière, ceci implique alors une diminution du capital requis ce qui est fortement incohérent avec les théories connues de diversification. La sous-additivité correspond ainsi à la diversification des risques.

L'invariance transitionnelle implique que lorsqu'il y a ajout d'une source de rendement certain αr_0 à un rendement espéré futur incertain x, le risque $\rho(x)$ diminue par α.

Finalement, il est important de noter que la monotonie exclut toute mesure de risque de type semi-variance. Ces conditions sont considérées comme étant très importantes aujourd'hui au sein de la littérature financière et ont apporté un lot important de contestation quant à certaines mesures de risque.

Notez que les deux premières conditions se retrouvent parfois sous une forme différente selon les chercheurs. (Carr et al., 2001) et par la suite (Frittelli and Gianin, 2002) les regroupent afin de parler du concept de convexité de :

$$\rho(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda(x) + (1-\lambda)\rho(y), \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

2.3 Quelques fondements statistiques des calculs de value at risk

2.3.1 Rappel de quelques définitions statistiques

L'écart-type / la variance :

Ce sont les indicateurs les plus utilisés pour mesurer la dispersion d'une variable statistique par rapport à sa moyenne.

- **L'écart-type** sert de base au calcul des volatilités, base des calculs de risque financier.

- **La variance** est la moyenne des carrés des écarts des diverses valeurs de la variable par rapport à sa valeur moyenne. L'écart-type est la racine carrée de la variance.

- **La covariance** mesure le degré de liaison entre 2 variables. Elle est liée au **coefficient de corrélation**, concept plus intuitif.

La **loi normale** ou **loi de Gauss**, son inventeur, c'est la loi statistique la plus utilisée en finance. Cette loi régit de nombreux phénomènes. Pour prendre un exemple trivial comme la taille des individus, la loi normale stipule qu'il y a beaucoup d'individus de taille moyenne et très peu de géants et de nains. Cette concentration des valeurs autour de la moyenne donne à la loi normale un profil en "chapeau de gendarme" représentée par la Figure 2.1. Les valeurs d'une loi normale sont programmées dans les fonctions statistiques des tableurs usuels comme Excel.

Une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type σ a :

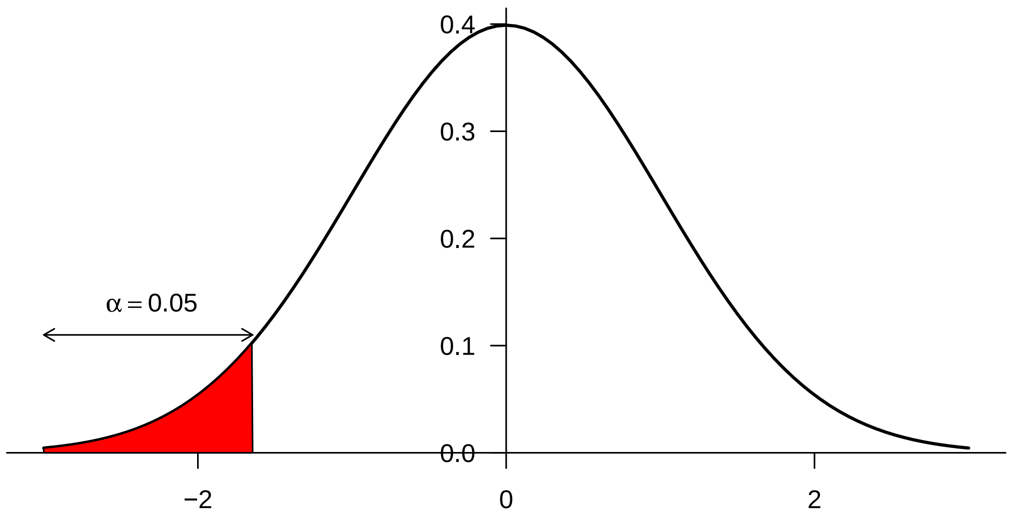

Figure 2.1: Fonction de densité de la loi normale

• 5% de chances de prendre une valeur inférieure à -1.65σ ? ou supérieure à $+1.65\sigma$.

• 1% de chances de prendre une valeur inférieure à -2.33σ ou supérieure à $+2.33\sigma$.

Utilisation de la loi normale pour mesurer les variations de prix

- les petites variations de prix relatives ($\triangle P/P$) des instruments financiers (ou des paramètres de marché) suivent des lois normales dont l'écart-type constitue la volatilité σ et dont la moyenne est négligeable au regard de la volatilité (à tout instant, tout instrument financier a autant de chances de monter que de baisser). On peut donc leur appliquer les propriétés de calcul propres à la loi normale.

Le risque est proportionnel à la racine carrée de l'horizon considéré

Il est intuitif que l'amplitude de variation d'un paramètre financier croît avec la période d'observation considérée. La quasi-totalité des modèles de valorisation de produits dérivés repose sur l'hypothèse que les variations d'une variable financière suive un certain type de processus aléatoire où, en particulier, la variation d'une période est indépendante de celle qui précède et de celle qui suit. Dans ce cas, on démontre que la volatilité d'une variable sur une période T est égale à la volatilité constatée sur la période de base multipliée par la racine carrée de T.

En règle générale, les volatilités sont exprimées en base annuelle. Si, par exemple, une devise a une volatilité de 12 % par rapport à une autre sur une base annuelle, on considérera que le risque à 3 mois met en jeu une volatilité de :

$12\ \% \times \sqrt{3/12} = 12\ \% \times \sqrt{0.25} = 12\ \% \times 0.5 = 6\ \%$.

On pourra alors considérer que les variations relatives du prix de la devise à 3 mois suivent approximativement une loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 6%.

2.4 La valeur à risque

Maintenant que nous sommes en mesure de clairement définir un risque de manière mathématique, il va de soi de présenter comment il nous est possible de le mesurer relativement à un contexte financier réel. L'outil le plus réputé et reconnu à ce sujet est la VaR. À ce jour, cette mesure constitue le principal élément que l'on retrouve au sein de la réglementation de Bâle afin de quantifier le risque de marché.

Ce concept est né à la suite de l'apparition et de la complexification des produits financiers vers la fin des années 1980. Maintenant utilisé par l'ensemble des entreprises financières, celles-ci sont autorisées à développer leur propre modèle de VaR tout en respectant certains critères minimums imposés par l'Accord de Bâle :

- Utilisation d'un niveau de confiance à 99%.
- Calcul d'une VaR à 10 jours.
- Le calcul de capital exigé équivaut généralement à 3 fois cette VaR (99%, 10 jours).

Mais qu'est-ce que la VaR représente concrètement ? Elle représente en fait le montant de pertes, exprimé normalement en rendements (r_h), sur un horizon temporel h qui ne devrait généralement pas excéder un certain niveau de confiance $(1-\alpha)$ donné. Cette mesure statistique doit ainsi refléter les pertes dues au risque de marché provenant d'une variation normale de celui-ci.

$$Prob\,(r_h < VaR) = \alpha$$

La littérature financière lui confère de nombreux avantages étant donné sa renommée sur les marchés. Celle-ci est utilisable pour toutes les classes d'actifs, que l'on ait des actions, des obligations, des swaps, des contrats à terme ou encore même un portefeuille composé de plus d'une classe de ces actifs. De plus, son interprétation est très simple puisqu'elle ne se résume qu'à un seul chiffre, un argument important qui évite toute confusion sur sa signification lorsqu'elle est utilisée par les grandes banques ou toutes autres entreprises financières. Finalement, elle est transposable la plupart du temps sur des horizons temporels différents en la multipliant par la racine du nombre de jours ouvrables désirés, par exemple :

$$VaR_{10 \text{ jours}} = VaR_{1 \text{ jour}} \times \sqrt{10}$$

Il s'agit de la manière la plus simpliste avec laquelle les entreprises financières peuvent convertir leur calcul de VaR à 1 jour en une VaR à 10 jours afin de se conformer à la réglementation. Cette façon de faire repose cependant sur des hypothèses très fortes et critiquées dont celle où les rendements seraient indépendants et identiquement distribués entre les périodes.

Il est intéressant de distinguer trois principales méthodologies différentes afin de calculer la VaR et qui sont proposées par la réglementation :

- VaR historique.
- VaR par simulation de Monte Carlo.
- VaR paramétrique.

2.4.1 La valeur à risque historique

La VaR historique se fonde, comme son nom l'indique, sur les gains et les pertes passés de notre portefeuille d'instruments financiers. La plus forte hypothèse que l'on pose en utilisant cette méthode-ci et également la plus critiquée est que les cours passés doivent refléter les cours futurs de notre portefeuille. Il s'agit également de la démarche la plus simple proposée, puisqu'une fois que nous avons obtenu nos résultats passés, ils ne nous restent plus qu'à placer ces résultats par ordre croissant et identifier notre VaR en y déduisant le quantile de notre distribution, celui-ci correspondant à notre seuil de confiance. Ainsi, très peu d'hypothèses sont posées sur la distribution statistique de notre élément évalué.

2.4.2 La valeur à risque par Monte Carlo

La VaR par simulation de Monte Carlo consiste pour sa part à générer des scénarios possibles sur le portefeuille détenu en prenant en considération les facteurs de marchés. (Linsmeier and Pearson, 1996) nous expliquent la marche à suivre suivante : Il faut tout d'abord déterminer ou poser hypothétiquement une distribution spécifique qui représente le plus adéquatement possible les changements possibles de nos facteurs de marchés. Nos paramètres de distribution peuvent ainsi être estimés. Une fois que ces étapes sont complétées, l'utilisation d'un générateur aléatoire (R, Excel ou Matlab par exemple) est requise afin d'obtenir un nombre de valeurs hypothétiques N de changement des valeurs des facteurs de marchés. Ce nombre N de valeurs est au minimum 1000 afin d'obtenir des résultats précis et est bien souvent plus grand que 10 000. Ces N résultats hypothétiques sont utilisés afin d'obtenir N valeurs de notre portefeuille par lesquelles nous pouvons en déduire les gains et les pertes quotidiennes. Finalement, ces pertes ou ces gains quotidiens que l'on exprime souvent en rendement sont ordonnés tout comme la méthode précédente et la VaR représente à nouveau la perte maximale que l'on retrouve au seuil de confiance $1 - \alpha$.

2.4.3 La valeur à risque paramétrique

La VaR paramétrique est une évaluation analytique de notre portefeuille d'instruments financiers. Elle est mise de l'avant en prenant en considération les caractéristiques qui sont propres à ce portefeuille et aux conditions de notre marché.

La méthode paramétrique la plus reconnue provient de la banque JP Morgan qui développa ce modèle en 1994 et connu sous le nom de Risk Metrics. Contrairement à la méthode précédente, la distribution est fixée dans ce modèle. Ainsi, la distribution de nos facteurs de risque suit, par exemple, souvent une loi normale. Une conséquence de cette décision est que cette même distribution est limitée par une matrice de covariance qui représente les corrélations entre ces facteurs. Suite aux hypothèses qui sont posées, il devient possible d'inférer une formule analytique du calcul de la VaR.

De manière générale, il est possible d'écrire alors la VaR de la manière suivante :

$$VAR_h = \mu_h + \sigma_h \times \phi^{-1}(1 - \alpha)$$

où μ_h et σ_h sont respectivement la moyenne et l'écart type sur un horizon temporel h et $\phi^{-1}(1-\alpha)$ est la fonction quantile de la distribution normale centrée réduite. Par exemple : $\phi^{-1}(1 - 99/100) = -2.32634787$.

À présent, des dizaines de méthodes différentes sont proposées afin de calculer la valeur à risque de manière optimale.

2.5 Quelques critiques

Les principales critiques envers la VaR reposent sur les hypothèses que l'on pose souvent concernant la loi normale pour cette méthodologie. Cette décision fait en sorte que l'on peut sous-estimer dans de nombreux cas l'épaisseur des queues de distribution et de ce fait le risque réel auquel nous sommes exposés.

Outre cette critique concernant les hypothèses, le principal point qui a influencé l'apparition de nouvelles méthodes d'évaluation du risque avec les années est le fait que la valeur à risque ne constitue pas une mesure de risque valable si l'on se réfère à la définition que l'on a du risque et qui est présentée plus haut dans ce document. La VaR possède seulement la caractéristique de sous-additivité dans le cas particulier où la distribution jointe des rendements est elliptique, dont entre autre la distribution normale. En effet, tel qu'il est présenté par (Szego, 2002) : "La valeur à risque s'avère être en général peu cohérente et en particulier non sous-additive." (Traduction libre). Malgré cette critique importante, la VaR demeure le principal outil considéré par la réglementation financière.

2.5.1 Critères sur l'horizon temporel

Cette première sous-section prend en considération de nombreux éléments afin d'identifier la période d'évaluation adéquate. Toutes choses étant égales par ailleurs, une mesure de risque sera plus grande sur un horizon temporel plus grand.

$$CVAR_{1jour} < CVAR_{5jours} < CVAR_{10jours}$$

En effet, une plus longue période de détention augmente la probabilité de subir des pertes plus importantes et également de faire face à un événement rare, comme par exemple une crise de liquidité. Les portefeuilles de négociation de la plupart des institutions financières se fondent sur une journée ouvrable. Évidemment, cette optique quotidienne est cohérente étant donné que les décisions des négociateurs peuvent être prises au jour le jour. Ceux-ci font alors face à un risque quotidien. L'utilisation de données quotidiennes dans ce mémoire est en lien avec ces points.

Également, il ne faut pas perdre de vue que la réglementation sert à déterminer les exigences de fonds propres minimales. C'est pour cette raison qu'un horizon de temps plus long doit être déterminé. Un facteur qui entre en ligne de compte est la liquidité. D'une part, une période de temps plus grande augmente les dangers que les marchés deviennent non liquides et que les institutions financières aient ainsi des problèmes à se départir de leurs positions sur les marchés. De tels problèmes peuvent entraîner des pertes énormes lors de contextes difficiles comme la dernière récession nous le démontra. D'autre part, la période de temps ne doit évidemment pas être trop longue sachant les périodes de détention moyennes de titres sur les marchés.

Pour cette raison, le comité a mis de l'avant une règle stricte visant à ce que la fenêtre de détention pour la mesure de la perte potentielle provenant des fonds propres pour le risque de marché soit de deux semaines. Ces deux semaines correspondent à 10 jours ouvrables et expliquent le calcul de VaRs à 10 jours.

2.5.2 Critères sur la période d'observation

Un autre élément qui peut affecter nos calculs de risque à différents moments donnés est la période sur laquelle nous prenons nos données. Ainsi, l'utilisation d'un horizon plus court donne plus d'importance aux événements récents qui se sont produits sur les marchés financiers. Celui-ci amène généralement un plus grand écart type de la mesure étant donné le plus petit nombre d'observations. De l'autre côté, une augmentation de l'horizon peut sembler plus prudente, mais la perte moyenne dépend de la rapidité de la variation des prix à une époque ou à une autre.

Par ces constatations, la principale faiblesse d'un horizon plus court est qu'il ne considère que des chocs récents, ce qui peut se traduire par des mesures de risque très faibles si nous avons affaire à une période de forte stabilité. Pour ce qui est d'un horizon plus long, celui-ci ne peut pas réagir de manière rapide à l'évolution du comportement des marchés. La valeur à risque s'ajuste ainsi très lentement à une poussée de la volatilité à court terme et de manière très peu importante si cette augmentation est brève. En réponse à ces résultats et aux grands nombres de produits financiers maintenant disponibles sur les marchés, le comité ne croit pas qu'il faut fixer un horizon temporel précis pour l'ensemble des banques. Celles-ci peuvent être en mesure par elle-même d'identifier et de mesurer convenablement leur période d'observation. Toutefois, le comité de Bâle met de l'avant un cadre formel qui stipule que les banques sont obligées d'appliquer un horizon temporel d'au moins un an, soit 250 jours ouvrables pour le calcul de leur mesure de risque.

2.5.3 Critères sur le niveau de confiance

Le niveau de confiance α est un paramètre essentiel lors du calcul de la valeur à risque et de la valeur à risque conditionnelle comme nous l'avons vu plus haut. En cette matière, le comité de Bâle a fixé ce seuil de confiance à 99% afin d'éliminer la queue de distribution à une extrémité de la courbe. L'ensemble des banques qui désirent utiliser les modèles internes doit s'y conformer.

Normalement, cela signifie que si notre modèle est bien construit, il ne reste qu'une probabilité d'un pour cent qu'une perte excède notre calcul de mesure de risque.

CHAPITRE 3

Techniques d'estimation

3.1 La méthode paramétrique(analytique)

La VaR est un outil prédictif (ex-ante) utilisé pour prévenir les gestionnaires de portefeuille de dépasser la tolérance au risque qui ont été développés dans les politiques de portefeuille. Elle peut être mesurée au niveau du portefeuille, le secteur,la classe d'actifs, et le niveau de sécurité. Les méthodologies de la VaR multiples sont disponibles et chacun a ses propres avantages et inconvénients. Pour illustrer ceci,supposons un portefeuille de 100 millions de dollar a une VaR mensuelle de 8,3 millions de dollars avec un niveau de confiance de 99%. La VaR signifie simplement qu'il y a une chance de 1 % des pertes supérieures à 8,3 millions de dollars dans un mois donné d'une période de détention défini dans des conditions normales de marché.

Il est à noter que la VaR est une estimation,pas une valeur définie de façon unique.En outre,les positions de négociation en cours d'examen sont fixés pour la période en question. Enfin,la VaR ne traite pas de la répartition des pertes éventuelles sur les rares occasions où l'estimation VaR est dépassée.Nous devons également garder à l'esprit ces contraintes lors de l'utilisation. La facilité d'utilisation de la VaR est aussi son piège. La VaR résume en une le numéro d'exposition d'un portefeuille de risques. Mais il n'est valable que dans un ensemble d'hypothèses qui doivent toujours être gardés à l'esprit lors de la manipulation de la VaR.

La VaR implique deux paramètres choisis arbitrairement : la période de détention et le niveau de confiance. La période de détention correspond à l'horizon de l'analyse des risques. En d'autres termes, lorsque le calcul d'une VaR quotidienne, nous nous intéressons à l'estimation de la pire perte attendue qui pourrait survenir d'ici la fin du prochain jour de bourse à un certain niveau de confiance dans des conditions normales de marché. Les périodes de détention habituels sont un jour ou un mois. La période de détention peut dépendre de l'investissement du fonds et/ou horizons de reporting, et/ou sur les exigences réglementaires locales. Le niveau de confiance est intuitivement une mesure de fiabilité qui exprime la précision du résultat. Plus le niveau de confiance, plus nous nous attendons la VaR d'approcher sa juste valeur ou d'être dans un intervalle prédéfini. Il n'est donc pas surprenant que la plupart des organismes de réglementation exigent un intervalle de confiance de 95 % ou de 99% pour calculer la VaR.

3.1.1 Méthodologie

la VaR analytique est aussi appelé la VaR paramétrique parce qu'un de ses hypothèses fondamentales est que la distribution des rendements appartient à une famille de distributions paramétriques tels que la normale ou les distributions log-normale. La VaR analytique peut être simplement exprimé comme suit :

$$VaR_{1-\alpha} = -X_\alpha \times P$$

où : VaR_α est la VaR estimée au niveau de confiance de $100 \times (1-\alpha)\%$. X_α est l'α percentile gauche-queue d'une distribution normale $N(\mu, \sigma^2) \times X_\alpha$ telle que $P[R - X_\alpha] = \alpha$. X_α est décrit dans l'expression $P[R < x_\alpha] = \alpha$ où R est le rendement attendu. Pour que la VaR ait un sens,nous choisissons généralement un niveau de confiance de 95% ou 99%.X_α est généralement négative.// P est la valeur marked-to-market du portefeuille. Le théorème central limites que la somme d'un grand nombre de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées sera à peu près normalement distribués (par exemple, suite une distribution gaussienne, ou courbe en cloche) si les variables aléatoires ont une variance finie. Mais même si nous avons un échantillon suffisamment large des rendements historiques, est-il réaliste de supposer que les rendements d'un fonds donné suivent une distribution normale? Ainsi, nous devons associer la distribution de retour à une distribution normale qui a une moyenne nulle et un écart type de un. En utilisant une distribution normale standard nous permet de remplacer X_α par Z_α par la permutation suivante :

$$Z_\alpha = (X_\alpha - \mu)/\sigma \tag{3.1}$$

qui donne :

$$X_\alpha = \mu + Z_\alpha \times \sigma \tag{3.2}$$

Z_α est l'α percentile gauche-queue d'une distribution normale. Par conséquent,nous pouvons réécrire Équation 3.1 :

$$VaR_{1-\alpha} = -(\mu + Z_\alpha \times \sigma) \times P \tag{3.3}$$

Exemple 1 : *VaR* analytique d'un actif unique : Supposons que nous voulons calculer la VaR analytique à un niveau de confiance de 95% et sur une période de détention de 1 jour pour un actif dans lequel nous avons investi 1 million de dollars. Nous avons estimé (Équation 3.3) μ (moyenne) et σ (écart-type) à 0,3% et 3% respectivement. La VaR analytique de cet actif serait :

$$VaR_{95/100} = -(0.003 - 1.6449 \times 0.03) \times 1 \text{ million} = 46.347 \tag{3.4}$$

Cela signifie qu'il y a une probabilité de 5% que cet actif peut perdre au moins 46 347 de dollar à la fin du prochain jour de bourse dans des conditions normales de marché.

Exemple 2 : conversion du niveau de confiance : Supposons maintenant que nous sommes intéressés par une VaR analytique de 99% du même actif sur la même période de détention d'un jour.La VaR correspondant serait tout simplement :

$$VaR_{99/100} = -(0.003 - 2.3263 \times 0.03) \times 1 \text{ million} = 66.789 \text{ dollar}$$

Il y a une chance de 1% que cet actif peut subir une perte d'au moins 66 789 à la fin de la journée de bourse suivant. Comme vous pouvez le voir, plus le niveau de confiance est élevé, plus la VaR que nous voyageons vers le bas le long de la queue de la distribution .

Exemple 3 : Conversion de la période de détention : Si nous voulons calculer un mois (21 jours de négociation en moyenne) VaR de cet actif en utilisant les mêmes entrées, nous ne pouvons tout simplement appliquer la racine carrée de la time :

$$VaR_{1 \text{ month},1-\alpha} = VaR_{1 \text{ day},1-\alpha} \times \sqrt{21} \tag{3.5}$$

En appliquant cette règle à nos exemples ci-dessus donne la VaR suivants pour les deux niveaux de confiance :

$$VaR_{1 \text{ month},95/100} = 46,347 \times \sqrt{21} = 212,388.64$$

$$VaR_{1 \text{ month},99/100} = 66.789 \times \sqrt{21} = 306,065.65$$

Exemple 4 : VaR analytique d'un portefeuille de deux actifs : Supposons maintenant que nous avons un portefeuille d'une valeur de 100 millions de dollars qui est également investi dans deux actifs distincts. L'une des principales raisons d'investir dans deux différents actifs serait de diversifier le risque du portefeuille. Par conséquent, la principale question sous-jacente est de savoir comment se comporterait un atout si l'autre atout était d'agir contre nous. En d'autres termes,comment la corrélation entre ces deux actifs affecter la VaR du portefeuille ? Comme nous regroupons un niveau supérieur le calcul de la VaR analytique, nous remplaçons dans (Équation 3.4) de la moyenne de l'actif par la moyenne pondérée du portefeuille, μ_P et l'écart-type (ou volatilité) de l'actif par la volatilité du portefeuille,σ_P. La volatilité d'un portefeuille composé de deux actifs est donné par :

$$VOL_\rho = \sqrt{W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2W_1W_2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}} \tag{3.6}$$

où W_1 est la pondération de la première actif W_2 est le poids du seconde actif.

σ_1 est l'écart-type ou la volatilité du premier actif. σ_2 est l'écart type ou la volatilité du deuxième actif.

ρ_{12} est le coefficient de corrélation entre les deux actifs.

Et (Équation 3.4) peut être réécrite comme :

$$VAR_{1-\alpha} = -(\mu_\rho + Z_\alpha * \sigma_\rho) * P \tag{3.7}$$

Supposons que nous voulons calculer la VaR analytique à un niveau de confiance de 95% sur un horizon d'un jour sur un portefeuille composé de deux actifs avec les hypothèses suivantes : $P = 100$ millions de dollars, $W_1 = W_2 = 50\%$, $\mu_1 = 0.3\%$.

$\sigma_1 = 3\%$, $\mu_2 = 0.5\%$, $\sigma_2 = 5\%$ et $\rho_{12} = 30\%$.

$$VaR_{1-\alpha} = [(W_1 \times \mu_1) + (W_2 \times \mu_2)] + [Z_\alpha \times \sqrt{W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2W_1W_2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}}] \times P \tag{3.8}$$

$$VaR_{95/100} = 4,993,012.77 \text{ dollar}$$

Exemple 5 : VaR analytique d'un portefeuille composé de n actifs : Dans l'exemple précédent,nous pouvons généraliser ces calculs à un portefeuille composé de n actifs. Afin de garder la formulation mathématique pratique, nous utilisons la notation matricielle et nous pouvons réécrire la volatilité du portefeuille :

$$\sigma_P^2 = (W_1 \cdots W_n) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{pmatrix} = W^{'}\Sigma W \tag{3.9}$$

où : W est le vecteur des coefficients de pondération des n actifs W' est le vecteur transposé de W.

Σ est la matrice des variances-covariances des n actifs.

Cartographie des risques : Afin de faire face à une matrice de covariance augmentant chaque fois que vous diversifier votre portefeuille de plus, nous pouvons cartographier chaque titre du portefeuille aux facteurs de risque communs fondamentaux et la base de nos calculs de VaR. Ces facteurs de risque. Ce processus est appelé reverse engineering et vise à réduire la taille de la matrice de covariance et d'accélérer le temps de calcul de la transposition et la multiplication des matrices. Nous considérons généralement quatre principaux facteurs de risque,de l'équité, obligations à coupon zéro et Futures/avant.

Modèles de volatilité : Nous pouvons deviner les différentes expressions de la VaR analytique que nous avons utilisés que son conducteur principal est la volatilité attendue (de l'actif ou du portefeuille) puisque nous multiplions cela par un facteur constant supérieur à 1 (1.6449 pour une VaR de 95%, par exemple) - par opposition à la moyenne attendue,qui est simplement ajouté à la volatilité attendue. Par conséquent, si nous avons utilisé des données historiques pour établir la volatilité attendue, nous pourrions envisager comment la volatilité aujourd'hui est positivement corrélée avec la volatilité hier. Dans ce cas, nous pouvons essayer d'estimer la volatilité conditionnelle de l'actif ou du portefeuille. Les deux modèles de volatilité plus couramment utilisés pour calculer la VaR sont la moyenne mobile pondérée exponentielle (EWMA) et l'hétéroscédasticité conditionnelle auto-régressive généralisée (GARCH).

3.1.2 Avantages

la VAR analytique est la méthodologie la plus simple de calculer la VaR et est assez facile à mettre en oeuvre pour un fonds. Les données d'entrée sont plutôt limitées, et puisqu'il n'y a pas des simulations en cause, le temps de calcul est minime.

3.1.3 Inconvénients

Sa simplicité est aussi son principal inconvénient. Tout d'abord, la VaR analytique suppose non seulement que les rendements historiques suivent une distribution normale, mais aussi que les changements dans les prix des actifs inclus dans le portefeuille de suivre une distribution normale. Et cette survit très rarement l'épreuve de la réalité. Deuxièmement, la VaR analytique ne s'adapte pas très bien avec les titres qui ont une distribution de gain non - linéaire comme options ou de titres adossés à des hypothèques. Enfin, si notre série historique présente des queues lourdes, puis calculer la VaR analytique en utilisant une distribution normale sous-estimer la VaR à des niveaux de confiance élevés et surestimer la VaR à un faible niveau de confiance.

Comme nous l'avons démontré, la VAR analytique est facile à mettre en place aussi longtemps que nous suivons ces étapes. Tout d'abord, nous avons besoin de recueillir des données historiques sur chacun des titres en portefeuille (nous vous conseillons l'utilisation d'au moins un an de données historiques - sauf si un titre a connu une forte volatilité, ce qui suggère une plus courte période de temps). Deuxièmement, si le portefeuille a un grand nombre de positions sous-jacentes, nous aurions besoin de les mapper à un ensemble plus gérable de facteurs de risque. Troisièmement, nous devons calculer les paramètres historiques (moyenne, écart-type, etc) et nous devons estimer les prix anticipés, volatilités et corrélations. Enfin, nous appliquons (l'Équation 3.7) pour trouver l'estimation de la VaR analytique du portefeuille.

Comme toujours lors de la construction d'un modèle , il est important de s'assurer qu'il a été examiné , entièrement testé et approuvé, que le Guide de l'utilisateur (y compris tout code potentiel) a été documentée et sera mis à jour si besoin est, qu'une formation a été conçu et remis aux membres de l'équipe de gestion des risques et à des destinataires des sorties de la fonction de gestion des risques, et enfin qu'une personne capable a été attribué le contrôle du modèle, son utilisation actuelle , et le raffinement régulière.

3.2 La simulation historique

Dans la section précédente, nous avons examiné analytiquement la Value-at-Risk, dont la pierre angulaire est la matrice de variance-covariance. Dans cette partie, nous continuons à explorer la VaR comme un indicateur pour mesurer le risque de marché d'un portefeuille d'instruments financiers, mais nous touchons sur une méthodologie très différente.

Nous avons indiqué précédemment que les principaux avantages de l'analyse VaR étaient qu'il nécessite très peu de paramètres, est facile à mettre en oeuvre et est rapide à exécuter des calculs (avec une cartographie appropriée des facteurs de risque). Ses principaux inconvénients résident dans l'hypothèse significative (et incompatibles entre les classes d'actifs et marchés) que l'évolution des prix sur les marchés financiers suivent une distribution normale, et que cette méthode peut être gourmand en moyens informatiques, puisque nous devons calculer le $n(n-1)/2$ termes de la matrice de variance-covariance (dans le cas où nous ne procédons pas à une cartographie des différents instruments qui composent le portefeuille de risques). Avec la montée en puissance de nos ordinateurs, la seconde limitation peine de vous forcer à s'éloigner de feuilles de calcul à la programmation. Mais la première hypothèse dans le cas d'un portefeuille contenant une partie non négligeable de produits dérivés (minimum 10% à 15% en fonction de la complexité et de l'exposition ou levier) peut entraîner la VaR analytique sérieusement sous-estimé parce que ces dérivés ont des gains non linéaires.

Une solution pour contourner cette contrainte théorique est simplement de travailler uniquement avec la distribution empirique des rendements pour arriver à de simulations historiques de la VaR. En effet, n'est-il pas plus logique de travailler avec la distribution empirique qui capture le comportement réel du portefeuille et englobe toutes les corrélations entre les actifs composant le portefeuille ? La réponse à cette question n'est pas aussi claire. Le calcul de VaR en utilisant des simulations historiques semble plus intuitif au départ, mais a ses propres pièges comme nous allons le voir. Mais d'abord, comment pouvons-nous calculons la VaR en utilisant des simulations historiques ?

3.2.1 Méthodologie

L'hypothèse fondamentale de la méthodologie des simulations historiques, c'est que vous regardez la performance passée de votre portefeuille et de faire l'hypothèse - il n'y a pas d'échappatoire à faire des hypothèses avec modélisation de la VaR - que le passé est un bon indicateur du futur proche ou, en d'autres termes, que le passé récent se reproduit dans le futur proche. Comme vous pouvez le deviner, cette hypothèse va atteindre ses limites pour les instruments négociation sur des marchés très volatils ou pendant les périodes troublées.

L'algorithme ci-dessous illustre la simplicité de cette méthode. Il est appelé évaluation complète car nous allons réévaluer le prix de l'actif ou du portefeuille après chaque course. Cela diffère d'une méthode d'évaluation locale dans laquelle nous n'utilisons que l'information sur le prix initial et l'exposition à l'origine de déduire la VaR.

Étape 1 : Calculer les rendements (ou les variations de prix) de tous les actifs du portefeuille entre chaque intervalle de temps.

La première étape consiste à fixer l'intervalle de temps, puis en calculant le rendement de chaque actif entre deux périodes successives. Généralement, nous utilisons un horizon quotidien pour calculer les rendements, mais nous pourrions utiliser rendements mensuels si nous devions calculer la VaR d'un portefeuille investi dans des placements alternatifs (Hedge Funds, Private Equity, Venture Capital et Immobilier) où la période de référence est mensuellement ou trimestriellement. Les Simulations historiques de la VaR nécessitent une longue histoire de rendements afin d'obtenir une VaR significative. En effet, le calcul d'une VaR d'un portefeuille de fonds de couverture avec seulement un an de l'histoire de retour ne fournira pas une bonne estimation de la VaR.

Étape 2 : Appliquer les changements de prix calculés à la valeur actuelle des actifs et réévaluer votre portefeuille.

Une fois que nous avons calculé les rendements de tous les actifs à partir d'aujourd'hui jusqu'au premier jour de la période de temps qui est envisagée - supposons une année composée de 265 jours - nous considérons maintenant que ces déclarations peuvent se produire demain avec la même probabilité. Par exemple, nous commençons par regarder les rendements de chaque actif hier et d'appliquer ces déclarations à la valeur de ces actifs aujourd'hui. Cela nous donne de nouvelles valeurs pour l'ensemble de ces actifs et, par conséquent, une nouvelle valeur du portefeuille. Ensuite, nous remontons dans le temps par un autre intervalle de temps il y a deux jours. Nous prenons les déclarations qui ont été calculés pour chaque actif ce jour-là et supposons que ces déclarations peuvent se produire demain avec la même probabilité que les rendements qui ont eu lieu hier. Nous évaluerons tous les atouts de ces nouveaux changements de prix et ensuite le portefeuille lui-même. Et nous continuons jusqu'à ce que nous ayons atteint le début de la période. Dans cet exemple, nous avons eu 264 simulations.

Étape 3 : Trier les séries du portefeuille simulé P&L de la plus basse à la plus haute valeur.

Après avoir appliqué ces changements de prix de l'actif 264 fois, nous nous retrouvons avec 264 valeurs simulées pour le portefeuille et donc P&Ls. Depuis VaR calcule la pire perte attendue sur un horizon donné, à un niveau de confiance donné dans des conditions normales de marché, nous avons besoin de trier ces 264 valeurs de la plus faible à la plus élevée que la VaR se concentre sur la queue de la distribution.

Étape 4 : Lire la valeur simulée qui correspond à un niveau de confiance désiré.

La dernière étape consiste à déterminer le niveau de confiance que nous sommes intéressés à - nous choisissons de 99% pour cet exemple. On peut lire la valeur correspondante dans la série de la simulation de P&Ls triés du portefeuille au niveau de confiance désiré et ensuite prendre loin de la moyenne de la série de simulation de P&Ls. En d'autres termes, la VaR à un niveau de confiance de 99% est la moyenne de la simulation de P&Ls

moins la valeur la plus faible de 1% dans la série des valeurs simulées. Cela peut être formulé comme suit :

$$VaR_{1-\alpha} = \mu(R) - R_\alpha$$

où : $VaR_{1-\alpha}$ est la VaR estimée au niveau de confiance de $100 \times (1 - \alpha)\%$, $\mu(R)$ est la moyenne de la série des rendements simulés ou $P\&L$ du portefeuille R_α est le retour αième pire de la série de simulation de P&L du portefeuille ou, en d'autres termes, le retour de la série de simulation de P&L qui correspond à un niveau de signification α.

Nous pourrions avoir besoin de procéder à une certaine interpolation car il n'y aura aucune chance d'obtenir une valeur de 99% dans notre exemple. En effet, si nous utilisons 265 jours, chaque déclaration calculés à chaque intervalle de temps aura un poids de $1/264 = 0{,}00379$. Si nous voulons nous pencher sur la valeur qui a un poids cumulé de 99%, nous verrons qu'il n'y a pas de valeur qui correspond exactement à 1% (puisque nous avons divisé la série en 264 intervalles de temps et pas un multiple de 100). Considérons qu'il y a très peu de chance que la queue de la distribution empirique est linéaire, de procéder à une interpolation linéaire pour obtenir la VaR de 99% entre les deux intervalles de temps successifs qui entourent le 99ième percentile se traduira par une estimation de la VaR réelle. Ce serait dommage étant donné que nous avons fait tout ce que nous pouvions utiliser la distribution empirique des rendements, ne serait-il ? Néanmoins, même une interpolation linéaire peut vous donner une bonne estimation de votre VaR. Pour ceux qui sont plus désireux d'obtenir la VaR exact, la théorie des valeurs extrêmes (EVT) pourrait être le bon outil pour vous calcul.

3.2.2 Avantages de simulations historiques VaR

Le calcul de la VAR en utilisant la méthodologie des simulations historiques a plusieurs avantages. Tout d'abord, il n'est pas nécessaire de formuler une hypothèse sur la distribution des rendements des actifs en portefeuille. Deuxièmement, il y a aussi pas besoin d'estimer les volatilités et les corrélations entre les différents actifs. En effet, comme nous l'avons montré avec ces deux exemples simples, ils sont implicitement capturés par les réalisations quotidiennes réelles des actifs. Troisièmement, les queues épaisses de la distribution et d'autres événements extrêmes sont capturées tant qu'ils sont contenus dans le jeu de données. Quatrièmement, l'agrégation sur les marchés est simple.

3.2.3 Inconvénients des simulations historiques VaR

La méthodologie de la VaR des simulations historiques peut être très intuitive et facile à comprendre, mais il a encore quelques inconvénients. Premièrement, il repose entièrement sur un ensemble de données historique particulier et ses idiosyncrasies. Par exemple, si nous courons une simulation historique VaR dans un marché haussier, la VaR peut être sous-estimé.

De même, si nous courons un Simulations historique de la VAR juste après un crash, les rendements tombent lequel le portefeuille a connu récemment peuvent fausser la VaR. Deuxièmement, il ne peut pas s'adapter aux changements dans la structure du marché, telles que l'introduction de l'euro en Janvier 1999. Troisièmement, cette méthode n'est pas toujours efficace de calcul lorsque le portefeuille contient des titres complexes ou un très grand nombre d'instruments. Cartographie des instruments à des facteurs de risque fondamental est le moyen le plus efficace de réduire le temps de calcul pour calculer la VaR en préservant le comportement du portefeuille presque intact. Quatrièmement, la simulation historique de la VaR ne peut pas gérer les analyses de sensibilité facilement.

Enfin, un minimum d'histoire est nécessaire pour utiliser cette méthode. L'utilisation d'un laps de temps trop court (moins de 3-6 mois de rendements quotidiens) peut conduire à une estimation de la VaR partiale et inexacte. En règle générale, il faut utiliser au moins quatre années de données afin d'exécuter 1000 simulations historiques. Cela dit, les chiffres ronds comme 1000 peuvent avoir absolument aucune pertinence pour votre portefeuille exact. Les Cours des valeurs mobilières, comme les matières premières, se déplacent à travers les cycles économiques, par exemple, les prix du gaz naturel sont généralement plus volatiles en hiver qu'en été. En fonction de la composition du portefeuille et sur les objectifs que vous tentez de réaliser le calcul de la VaR, vous devrez peut-être penser comme un économiste en plus d'un gestionnaire des risques afin de prendre en compte les différentes particularités de chaque instrument et du marché. Aussi, gardez à l'esprit que les estimations de VaR ont besoin de s'appuyer sur un ensemble stable d'hypothèses afin de garder une signification cohérente et comparable quand ils sont suivis sur une certaine période de temps.

Afin d'augmenter la précision des simulations historiques de la VaR, on peut aussi décider de pondérer plus fortement les observations récentes par rapport à la plus éloignée puisque celle-ci ne peut pas donner beaucoup d'informations sur l'endroit où les prix iraient aujourd'hui.

En dépit de ces inconvénients, de nombreuses institutions financières ont choisi les simulations historiques comme leur méthode privilégiée pour calculer la VaR. Pour beaucoup, travailler avec la distribution empirique réelle est la "vraie affaire".

Ce pendant, l'obtention d'une estimation VaR précis et fiable a peu de valeur sans un back testing approprié et un programme de test de stress. La VaR est simplement un nombre dont la valeur repose sur une méthodologie solide, un ensemble d'hypothèses réalistes et une discipline rigoureuse dans la conduite de l'exercice. Le véritable avantage de la VaR réside dans sa propriété essentielle de capturer avec un seul numéro le profil d'un portefeuille complexe ou diversifié risque. VaR reste un outil qui doit être validé par la réconciliation successive avec rendu compte P&L (back testing) et utilisé pour avoir un aperçu de ce qui se passerait au portefeuille si un ou plusieurs actifs se déplaçaient négativement à la stratégie d'investissement (stress tests).

3.3 La simulation de monte carlo

Le dernier (et le plus complexe) des trois principales méthodes utilisées pour calculer la Value-at-Risk (VaR) d'un portefeuille d'instruments financiers est la simulation Monte Carlo. Simulations Monte Carlo correspondent à un algorithme qui génère des nombres aléatoires qui sont utilisés pour calculer une formule qui n'a pas une forme fermée (analytique) - ce qui signifie que nous devons procéder à quelques essais et erreurs dans le choix des numéros/événements aléatoires et évaluer calculé selon la formule cède à approcher la solution. Générer des nombres aléatoires sur un grand nombre de fois (de quelques centaines à quelques millions selon le problème en jeu) vous donnera une bonne indication de ce que la sortie de la formule devrait être. On croît en fait que le nom de cette méthode réside dans le fait que l'oncle de l'un des chercheurs (le mathématicien polonais Stanislaw Ulam) qui a popularisé cet algorithme utilisé pour jouer dans le casino de Monte Carlo et/ou que le hasard impliqué dans cette méthodologie récurrent peut être comparée au jeu de la roulette.

Dans cette section, nous présentons l'algorithme. Nous discutons également les avantages et les inconvénients de la méthode de Monte Carlo par rapport à la VaR analytique et historique.

3.3.1 Méthodologie

La VaR Monte Carlo suit un algorithme similaire à celui que nous avons utilisé pour les simulations historiques précédemment. La principale différence réside dans la première étape de l'algorithme - au lieu de ramasser un retour (ou un prix) dans la série historique de l'actif et en supposant que ce retour (ou prix) peut se reproduire dans l'intervalle de temps suivant, nous allons générer un nombre aléatoire qui sera utilisé pour estimer le retour (ou le prix) de l'actif à la fin de la période d'analyse.

Étape 1 : Déterminez la longueur T de l'horizon d'analyse et de diviser également dans un grand nombre N de petits incréments de temps Δt (ie $\Delta t = T/N$).

Pour l'illustration, nous allons calculer une VaR mensuelle composée de vingt-deux jours de bourse. Par conséquent $n = 22$ jours et $\Delta t = 1$ jour. Pour calculer la VaR quotidienne, on peut diviser chaque jour par le nombre de minutes ou de secondes compris dans une journée - plus on est de fous. La principale ligne directrice est ici de faire en sorte que At est assez grand, pour estimer le prix continu, nous trouvons sur les marchés financiers. Ce processus est appelé discrétisation, par lequel nous rapprocher d'un phénomène continu par un grand nombre d'intervalles discrets.

Étape 2 : Générez un nombre aléatoire à partir d'un générateur de nombres aléatoires et mettre à jour le prix de l'actif à la fin du premier incrément de temps.

Il est possible de générer des rendements aléatoires ou des prix. Dans la plupart des cas, le générateur de nombres aléatoires suivra une distribution théorique spécifique. Cela peut être une faiblesse des simulations de Monte Carlo par rapport aux simulations historiques, qui utilise la distribution empirique. Lors de la simulation de nombres aléatoires, nous utilisons généralement la distribution normale.

Dans notre travail , nous utilisons le modèle de prix de l'action standard pour simuler la trajectoire d'un prix de l'action de la ième jour tel que défini par :

$$R_i = (S_{i+1} - S_i)/S_i = \mu\Delta t + \phi\sigma\sqrt{\Delta t} \tag{3.10}$$

où R_i est le rendement de l'action sur le ième jour ;
S_i est le prix de l'action sur le ième jour, S_{i+1} est le prix de l'action sur le $(i + 1)$ ème jour ;
μ est la moyenne de l'échantillon du prix de l'action ;
Δt est le pas de temps, σ est la volatilité de l'échantillon (écart-type) du cours de l'action et ϕ est un nombre aléatoire généré à partir d'une distribution normale.

A la fin de cette étape / jour (t = 1 jour), nous avons établi un nombre aléatoire et déterminé S_{i+1} en appliquant (Tableau 4.8) puisque tous les autres paramètres peuvent être déterminés ou estimés.

Étape 3 : Répétez l'étape 2 jusqu'à la fin de l'analyse horizon T en marchant le long des N intervalles de temps afin de déterminer $Si + T$.

Étape 4 : Les étapes 2 et 3 d'un grand nombre de M fois pour générer M chemins différents pour le stock sur T.

Exécution des simulations Monte Carlo signifie que nous construisons un grand nombre M de chemins afin de tenir compte d'un univers plus large des moyens possibles que le cours de l'action peut prendre sur une période d'un mois à partir de sa valeur actuelle (S_i) à un prix final estimé S_{i+T}. En effet, il n'existe aucun moyen unique pour le stock d'aller de S_i à S_{i+T}. Par ailleurs, S_{i+T} est seul prix du terminal possible pour le stock parmi une infinité. En effet, pour un prix de l'action est définie sur ensemble des nombres réels positifs (un ensemble de nombres positifs), il y a une infinité de chemins possibles à partir de S_i à S_{i+T}.

Il s'agit d'une norme de l'industrie pour exécuter au moins 10.000 simulations même si 1.000 simulations fournissent un estimateur efficace du prix du terminal de la plupart des actifs. Dans cette section , nous avons couru 1.000 simulations à des fins d'illustration.

Étape 5 : Classez les prix des actions de la borne M du plus petit au plus grand, lire la valeur simulée dans cette série qui correspond à l'$(1-\alpha)$, niveau de confiance de % désiré (95% ou 99% en général) et en déduire la VaR pertinente, qui est la différence entre S_i et le plus bas prix de l'action de terminal αième.

Supposons que nous voulons que la VaR avec un intervalle de confiance de 99%. Pour obtenir celà, nous aurons besoin d'abord de classer les prix des actions de la borne M du plus bas au plus élevé. Ensuite, nous lisons le percentile le plus bas de 1% dans cette série. Ce prix final estimé, S_{i+T} 1% signifie qu'il y a une chance de 1% que le prix actuel de l'actif financier S_i pourrait tomber à S_{i+T} 1% ou moins au cours de la période en considération et dans des conditions normales de marché. Si S_{i+T} 1% est inférieure à S_i (ce qui est le cas la plupart du temps), puis $S_i - S_{i+T}$ 1% correspondra à une perte. Cette perte représente la VaR avec un intervalle de confiance de 99%.

3.3.2 Avantages

Les Simulations de Monte Carlo présentent certains avantages par rapport aux méthodes analytiques et historiques des simulations pour calculer la VaR.

Le principal avantage de courir fastidieuses simulations Monte Carlo, c'est qu'ils peuvent modéliser des instruments avec fonctions de paiement non-linéaire et dépendant du chemin, produits dérivés, particulièrement complexes. En outre, la VAR de Monte Carlo n'est pas affecté autant que les simulations historiques par des événements extrêmes, et en réalité, elle fournit des détails approfondis de ces événements rares qui peuvent survenir au-delà de la VaR. Enfin, nous pouvons utiliser une distribution statistique pour simuler les rendements dans la mesure où nous nous sentons à l'aise avec les hypothèses sous-jacentes qui justifient l'utilisation d'une distribution particulière.

3.3.3 Inconvénients

Le principal inconvénient des simulations de Monte Carlo est la puissance de l'ordinateur qui est nécessaire pour effectuer toutes les simulations, et donc le temps qu'il faut pour exécuter les simulations. Si nous avons un portefeuille de 1.000 actifs et voulons lancer 1.000 simulations sur chaque actif, nous aurons besoin de courir 1 million de simulations (sans tenir compte des simulations éventuels qui pourraient être nécessaires pour établir le prix de certains de ces actifs - comme pour les options et les prêts hypothécaires, par exemple). Par ailleurs, toutes ces simulations augmentent la probabilité du risque de modèle. Par conséquent, un autre inconvénient est le coût associé à l'élaboration d'un moteur VaR qui peut effectuer des simulations Monte Carlo. L'achat d'une solution commerciale off-the-shelf ou sous-traitance à une tierce partie expérimentée ya deux options à considérer. Cette dernière approche permettra de renforcer l'indépendance des calculs et donc la dépendance de sa précision et de non-manipulation.

L'estimation de la VaR d'un portefeuille d'actifs utilisant des simulations Monte Carlo est devenu la norme dans l'industrie. Ses atouts surmonter ses faiblesses et de loin.

Malgré le temps et les efforts nécessaires pour estimer la VaR d'un portefeuille, cette tâche ne représente que la moitié du temps d'un gestionnaire de risque doit passer sur la VaR. En effet, l'autre moitié devrait être consacré à la vérification que le modèle (s) utilisé pour calculer la VaR est (sont) toujours approprié pour les actifs qui composent le portefeuille et de fournir encore estimation crédible de la VaR (back testing), et sur l'analyse de la façon dont le portefeuille réagit aux événements extrêmes qui se produisent de temps en temps sur les marchés financiers (stress testing).

3.4 Violations de la Value-at-Risk et Expected Shortfall

A partir de la fin des années 90, plusieurs tests ont été proposés afin d'évaluer la validité des mesures et des prévisions de Value-at-Risk. La plupart de ces tests de validation sont fondés sur les occurrences de violations de la Value-at-Risk.

3.4.1 Violations de la VaR

Soit $VaR_{t|t-1}(\alpha)$ la Value-at-Risk pour un taux de couverture de α % prévue pour la date t conditionnellement à un ensemble d'information disponible à la date $t-1$, noté Ω_{t-1}.

Formellement, on note :

$$VaR_{t|t-1}(\alpha) = F_{R_t}^{-1}\left(\alpha|\Omega_{t-1}\right)$$

où $F_{R_t}^{-1}$ désigne la fonction de répartition associée à la distribution conditionnelle des pertes et profits des rendements de l'actif financier (ou portefeuille), notés R_t. On définit la violation comme une situation dans laquelle on observe ex-post une perte plus importante en valeur absolue que la VaR prévue ex-ante. Formellement, il y a violation si et seulement si :

$$R_t < VaR_{t|t-1}(\alpha)$$

Dans la pratique, on définit souvent une variable dichotomique associée à l'occurrence d'une violation, appelée aussi violation ou Hit fonction

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{si } R_t < VaR_{t|t-1}(\alpha) \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

La séquence de violations ou Hit (prenant successivement les valeurs 0 ou

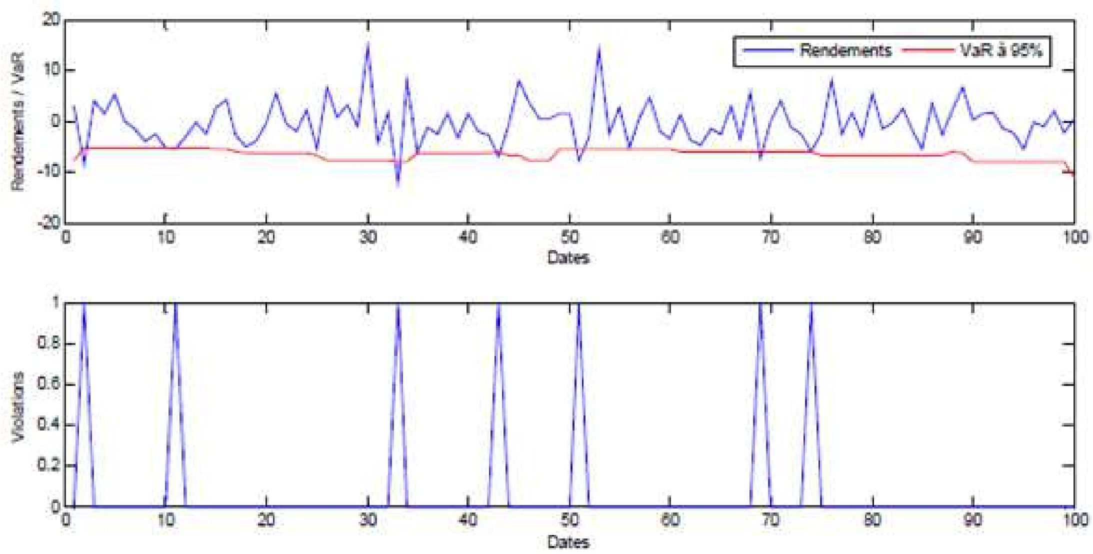

Figure 3.1: Graphique de violations (Hit function)

1) identifie les périodes pour lesquelles on observe une perte plus importante en valeur absolue que la VaR anticipée, comme le montre l'exemple de la Figure 3.1. Dans cet exemple, un rendement fictif a été tiré dans une loi normale de moyenne égale à 2% et de variance égale à 4. A partir de ces tirages, on a estimé une Value-at-Risk par une méthode non paramétrique dite Méthode Hybride, en utilisant un paramètre de lissage égal à 0.95. Comme on peut le constater sur le graphique de la partie haute de la Figure 3.1, la VaR ainsi prévue n'est pas constante (alors qu'elle devrait théoriquement l'être, la distribution des pertes et profits étant invariante dans le temps). Sur le graphique de la partie basse, sont reportées les valeurs de la fonction de Hit Prenant des valeurs 1 ou 0. Lorsque la variable de Hit prend la valeur 1, cela indique une période de violation.

3.4.2 Expected Shortfall

Il est évident qu'en cas de violation, il peut apparaître réducteur de ne conserver au final Comme information qu'une variable indicatrice prenant la valeur 1. Naturellement, de Nombreuses autres mesures ont développés permettant de prendre en compte l'ampleur des pertes au-delà de la Value-at-Risk obtenues en cas de violations. La première mesure évidente est la TCE (Tail Conditional Expectation) définie par l'espérance conditionnelle de la perte en cas de violation :

$$TCE_\alpha(R) = E[R|R < VAR_\alpha]$$

Une mesure alternative est la mesure dite de l'Expected Shortfall (ES). Cette mesure Correspond à la moyenne des pertes extrêmes telle que :

$$ES_\alpha(R) = \frac{1}{\alpha}\int_0^\alpha F^{-1}(p)dp$$

où $F(.)$ désigne la fonction de répartition associée à la distribution de pertes et profits. Les deux mesures TCE et ES coïncident dans le cas d'une distribution continue. Les deux statistiques donnent finalement une mesure de ce peuvent être les pertes dans les pires états du système financier. Un des avantages de l'ES par rapport à la Value-at-Risk en tant que mesure de risque est qu'il s'agit d'une mesure cohérente de risque.
C'est en particulier une mesure qui vérifie l'axiome de sub-additivité, contrairement à la Value-at-Risk.

3.5 Méthode de bootstrap

Le terme de ré-échantillonnage, ou, en anglais, "***bootstrap***", qui évoque l'action de "se hisser en tirant sur ses propres lacets", désigne un ensemble de méthodes qui consistent à faire de l'inférence statistique sur de "nouveaux" échantillons tirés partir d'un échantillon initial. Disposant d'un échantillon destiné à donner une certaine Information sur une population, on tire au sort, parmi la sous-population réduite à cet échantillon, un nouvel échantillon de même taille n. Et on répète cette opération B fois, ou B est grand. On analyse ensuite les nouvelles observations ainsi obtenues Pour affiner l'inférence faite sur les observations initiales. A priori, on peut avoir des doutes sur l'efficacité d'une telle méthode et penser qu'il n'y a aucune amélioration à espérer en ré-échantillonnant à partir du même échantillon. En effet, aucune information supplémentaire ne peut être espérée, toute l'information étant contenue dans l'échantillon initial. Cependant, comme on va le voir, ce ré-échantillonnage, s'il ne rajoute aucune information, permet, dans certains cas, d'extraire de l'échantillon de base l'information souhaitée.

3.5.1 Illustration

Le principe qui sous-tend le bootstrap est très simple et très ancien, et il peut être illustré par un système d'emboîtement (Hall, 1992) tel que celui des poupées russes : il s'agit d'une poupée qui, lorsqu'on l'ouvre, laisse apparaître une poupée identique mais plus petite ("homothétique"), qui à son tour contient une poupée plus petite, etc. Imaginons que l'on veuille estimer le nombre r des taches de rousseur de la première de ces poupées, qui est aussi la plus grande, et que l'on ne puisse pas l'observer, on suppose qu'on dispose seulement de la seconde, contenue dans la première, et qui contient toutes les autres. Soit r_0 le nombre des taches de rousseur de la seconde. On peut, en première approximation, estimer r par r_0. On appelle 'Poupée' la plus grande poupée, non observée, 'poupée 0' celle qui est observée, 'poupée 1' celle qu'on trouve dans la poupée 0, et ainsi de suite pour toutes les poupées plus petites que la poupée 1, qui sont toutes observables puisque contenues dans la poupée 1.

Comme la poupée initiale est plus grande que la poupée numéro 0, on s'attend à ce que r soit plus grand que r_0 et dans le rapport de leurs tailles. Cependant, on ne peut pas observer la première poupée et on ne connaît donc pas sa taille. En revanche, on peut observer le nombre des taches de rousseur r_1 de la troisième poupée. Donc, si le rapport du nombre des taches de rousseur d'une poupée à la suivante est toujours le même, le rapport r_0/r_1, qui, lui, est observable, fournira une estimation du rapport r/r_0. Cela donne comme estimateur de r :

$$\hat{r} = r_0 \frac{r_0}{r_1}$$

Mais il se peut que le rapport de ces nombres ne soit pas constant, ce que l'on peut vérifier en comparant $r_0/r1$ à r_1/r_2 par exemple, puisque ces deux quantités sont observables. Si ces deux quantités ne sont pas égales, $r_0/r1$ ne constitue qu'une approximation pour la valeur de r/r_0. Pour effectuer une correction supplémentaire, si on peut supposer que le rapport de se tailles d'une poupée à la suivante, bien que n'étant plus constant, varie régulièrement par exemple les rapports de taille d'une poupée la suivante sont dans un rapport a constant, c'est à dire que

$$\frac{r/r_0}{r_0/r_1} = \frac{r_{i-1}/r_i}{r_i/r_{i+1}}$$

Alors, on peut effectuer une correction supplémentaire en observant r_2 sur la poupée suivante et en prenant pour estimateur de r la valeur précédente multipliée par

$$(r_0/r_1)(r_1/r_2)$$

ce qui donne :

$$\hat{r} = r_0\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2(\frac{r_2}{r_1})$$

On peut à nouveau vérifier si l'hypothèse faite sur la variation des rapports est exacte en considérant la poupée suivante, et, dans le cas contraire, effectuer une nouvelle correction.

Elimination du biais : L'un des emplois les plus fréquents du bootstrap est d'éliminer le biais d'un estimateur de la manière suivante : Soit T un estimateur de θ, paramètre de la loi F commune aux X_i constituant l'observation $X = (X_1, \ldots, X_n)$. Son biais est

$$b(T) = E(T|F) - \theta$$

en notant $E(.|F)$ la moyenne (l'espérance) pour la loi F , car cette notation sera commode dans la suite. On estime ce biais par

$$b^*(T) = E(T^*|X) - T$$

où T est calculé sur un échantillon bootstrap X^* issu de l'échantillon initial X, et $E(T|X)$ signifie la moyenne de T pour la loi empirique déterminée par X, c'est à dire la loi qui attribue la probabilité $1/n$ à chacune des valeurs observées X_i, $i = 1, \ldots, n$. L'estimateur T est ensuite "corrigé de son biais" et donc remplacé par :

$$T - b^*(T) = 2T - E(T^*|X)$$

Comme $T - b(T)$ est sans biais pour θ, $T - b^*(T)$ sera presque sans biais. Prenons un exemple ; supposons que l'on veuille estimer la moyenne μ d'une population pour une variable aléatoire dont la fonction de répartition est F, inconnue, soit :

$$\mu = \int x dF(x)$$

et que l'on dispose pour cela d'un échantillon $X = (X_1, \ldots, X_n)$ de n observations indépendantes et identiquement distribuées selon la loi de F. Comme on l'a dit, la loi empirique est celle qui attribue la probabilité $1/n$ à chacune des n observations. Désignons par F_0 sa fonction de répartition, appelée fonction de répartition empirique :

$$F_0(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} 1\{x_i \leq x\}}{n}$$

On peut, pour estimer μ, utiliser la même quantité (on dit la même "fonctionnelle") que ci-dessus, en remplaçant F, qui est inconnue, par la fonction de répartition empirique F_0 qui, elle, est connue. On estime donc μ par

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \int x dF_0(x) = \frac{\sum_i X_i}{n}$$

qui est la moyenne observée sur l'échantillon ou moyenne empirique. Dans l'exemple considéré, on sait que l'estimateur ainsi obtenu est sans biais. Mais supposons maintenant que l'on veuille estimer un autre "paramètre", c'est à dire une autre fonctionnelle de la loi F, par exemple

$$\mu^r = \left(\int xdF(x)\right)^r$$

On pourra vérifier que l'estimateur correspondante

$$\hat{\mu^r} = (\bar{X})^r = \left(\frac{\sum iX_i}{n}\right)^r$$

n'est pas sans biais en général, sauf si $r = 1$. Comment peut on le corriger pour qu'il devienne sans biais ? Pour cela, il faudrait calculer le biais pour le lui retrancher, ou, si ce n'est pas possible, estimer ce biais. Le biais b vaut

$$b = E(\hat{\mu^r}) - \mu^r = E\left(\left[\int xdF_0(x)\right]^r - \left[\int xdF(x)\right]^r |F\right)$$

Comme dans le calcul du biais intervient F qui est inconnue, on peut appliquer Nouveau le principe initial et remplacer dans cette expression F par F_0 et donc F_0 par F_1 obtenu par un nouvel échantillonnage ' partir de F_0, c'est à dire par échantillonnage "à partir de l'échantillon".

3.5.2 Notations et remarques

Notations

L'échantillon initial est noté : $X = (X_1, \ldots, X_n)$ et F_0 la loi empirique associée. Les échantillons obtenus par ré-échantillonnage ou "ré-échantillons", ou "échantillons bootstrap" sont notés

$$X^* = (X_1^*, \ldots, X_n^*)$$

Les échantillons X^* sont des échantillons fondés sur F_0. On notera indifféremment :

$$P(X_j^* = X_i|X) = 1/n, \;\; 1 \leq i, j \leq n$$

$$P(X_j^* = X_i|F_0) = 1/n, \;\; 1 \leq i, j \leq n$$

car dés qu'on connaît X on peut en déduire F_0 et réciproquement.

Remarques :

Problèmes paramétriques et non paramétriques : La loi F_0 associée à l'échantillon peut être, comme dans l'exemple ci-dessus de L'estimation d'une moyenne, la loi empirique. C'est le cas lorsqu'on a affaire à un problème non paramétrique. Mais la loi F_0 peut être une loi issue d'un modèle Paramétrique : les paramètres, qu'on notera λ dans la suite, sont alors estimés en employant le modèle, en principe par maximum de vraisemblance, et alors F_0 est la loi appartenant au modèle, dont les paramètres sont ceux estimés à partir de l'échantillon.

Paramètres et fonctionnelles : On a vu que pour estimer une fonctionnelle $T(F)$ de la distribution inconnue F on remplaçait F, dans le cas non paramétrique, par la loi empirique F_0 associée à l'échantillon. Mais si par exemple on veut estimer un paramètre comme le centre de symétrie d'une loi symétrique, ce centre de symétrie peut correspondre à plusieurs fonctionnelles différentes : la moyenne, la médiane de F et beaucoup d'autres encore ; par exemple les moyennes α-tronquées. Ces dernières sont obtenues en prenant la moyenne des observations qui restent lorsqu'on a ôté les plus grandes et les plus petites, en proportion α. Il est donc nécessaire de dire précisément quelle est la fonctionnelle que l'on veut estimer.

Approximation d'une statistique bootstrap :

- Il faut bien distinguer deux éléments différents dans les méthodes bootstrap : Le principe lui-même, illustré par les poupées emboîtées, et qui consiste à remplacer la loi initiale inconnue par une loi associée à l'échantillon observée et toutes les lois dérivées nécessaires. Le (ou les) paramètre(s) d'intérêt est (sont) ainsi remplacé(s) par une statistique "bootstrap", en principe complètement calculable(s).
- Le calcul proprement dit de la statistique bootstrap : bien que la statistique bootstrap soit en principe complètement calculable, souvent son calcul effectif serait trop long. Il s'agit en général d'espérances fond´es sur

la loi F_0 et des dérivées de cette loi. Aussi, Efron a-t-il suggéré de le faire par une méthode de type Monte-Carlo qui consiste à ré-échantillonner à partir de l'échantillon initial, obtenant des échantillons de même taille n. Si le nombre des ré-échantillonnages est assez grand, on aura une bonne approximation de l'espérance cherchée à cause de la loi des grands nombres.

3.6 Comparaison des approches

Chacune des trois méthodes pour estimer la valeur à risque a ses avantages et est livré avec bagages. L'approche variance -covariance, avec ses variations normales gamma et delta nous oblige à faire des hypothèses fortes sur les distributions de rentabilités des actifs standardisés, mais est simple à calculer, une fois que ces hypothèses ont été formulées. L'approche de simulation historique nécessite pas d'hypothèses sur la nature des distributions de retour mais suppose implicitement que les données utilisées dans la simulation est un échantillon représentatif des risques prospectifs. L'approche de la simulation Monte Carlo permet une plus grande flexibilité en termes de choix de distributions des rendements et la mise en jugements subjectifs et des données externes, mais est la plus exigeante du point de vue informatique.
Puisque le produit final de ces trois approches est la Value at Risk, il convient de se poser deux questions :
1. Quelle différence avec les estimations de la valeur à risque qui se dé-

gagent de ces trois approches ?

2. S'ils sont différents, quelle approche donne l'estimation la plus fiable de la VaR ?

Pour répondre à la première question, nous devons reconnaître que les réponses que nous obtenons avec les trois approches sont fonction des entrées. Par exemple, les méthodes de simulation et de variance- covariance historique donneront la même valeur à risque si les données historiques de retour est normalement distribué et est utilisée pour estimer la matrice de variance -covariance. De même, l'approche variance- covariance et simulations de Monte Carlo donneront à peu près les mêmes valeurs que si toutes les entrées de ce dernier sont supposées être normalement distribuées avec des moyens et des écarts constants. Comme les hypothèses divergent, il en va des réponses. Enfin, les approches historiques et simulation Monte Carlo convergeront si les distributions que nous utilisons dans ce dernier sont entièrement basées sur des données historiques.

Quant à la seconde, la réponse semble dépendre à la fois de ce que les risques sont évalués et comment les approches concurrentes sont utilisés. Comme nous l'avons noté à la fin de chaque approche, il existe des variantes qui se sont développées au sein de chaque approche, visant à améliorer la performance. La plupart des comparaisons entre les approches sont biaisés par le fait que les chercheurs font la comparaison testent variantes d'une approche qu'ils ont développées contre alternatives. Sans surprise, ils constatent que leurs approches fonctionnent mieux que les autres. En regardant les études impartiales (relativement) des approches alternatives, la preuve est mixte. (Hendricks, 1996) a comparé les estimations de la VaR obtenue en utilisant la variance-covariance et les approches de simulation historique sur le 1000 portefeuilles choisis au hasard. Il a utilisé neuf critères d'évaluation, y compris l'erreur quadratique moyenne (de la perte réelle contre la perte prévue) et le pourcentage de la résultats visés et ont conclu que les différentes approches donnent des mesures de risque qui sont à peu près comparables et qu'elles couvrent tous les risques qu'ils sont destinés à couvrir, au moins jusqu'à l'intervalle de confiance de 95 pour cent. Il n'a conclure que toutes les mesures ont du mal à capturer les résultats extrêmes et les variations du risque sous-jacent. (Lambadiaris G et al., 2000) ont calculé la valeur à risque dans le stock grecque et le marché obligataire avec historique avec des simulations de Monte Carlo, et a constaté que, bien que la simulation historique surestimer la VaR pour les portefeuilles d'actions linéaires, les résultats étaient moins claires avec des non- linéaire portefeuilles En bref, la question de savoir quelle approche VaR est meilleur est le mieux répondu en regardant la tâche à accomplir ? Si vous évaluez la Value at Risk de portefeuilles, qui ne comprennent pas les options, sur des périodes très courtes (une journée ou une semaine), l'approche variance-covariance fait un assez bon travail, malgré ses hypothèses héroïques de la normalité. Si la Value at Risk est calculée pour une source de risque qui est stable et où il y a des données historiques importantes (prix des matières premières, par exemple) , historique simulations

Méthode	**Avantages**	**Inconvénients**
Paramétrique	- Calculs rapides et simples à mettre en oeuvre - Nécessite seulement la matrice de covariance	- Inadaptée aux instruments non linéaires (options, ...) - Inadaptée aux distributions non normales et aux queues de distribution épaisses
Historique	- Peu coûteuse en calculs - Pas de prise en compte de la distribution	- Inadaptée aux produits dérivés - Nécessite un historique suffisamment grand.
Monte-Carlo	- Convient à tous les types d'instruments financiers	- Méthode de simulation très lourde avec d'énormes calculs temps de calcul très important

Tableau 3.1: Tableau comparatif entre les différentes méthodes pour le calcul de la VaR

donnent de bonnes estimations. Dans le cas le plus général de la VaR de calcul pour les portefeuilles non linéaires (qui comprennent les options) sur des périodes de temps plus longues, où les données historiques est volatile et non stationnaires et l'hypothèse de normalité est discutable, les simulations de Monte Carlo font le mieux Afin de conclure ce chapitre, et de mettre en relation les trois méthodes présentées en fonction de leurs avantages et inconvénients, voici un tableau récapitulatif :

3.7 Limitations de la VaR

Alors que la Value at Risk a acquis une forte popularité dans la communauté de gestion des risques, il y a des raisons d'être sceptique à la fois de la précision comme un outil de gestion du risque et son utilisation dans la prise de décision. Il y a beaucoup de dimensions sur lesquelles les chercheurs ont eu problème avec la VaR et nous allons classer les critiques dans ces dimensions.

VaR peut se tromper : Il n'y a pas de mesure précise de la Value at Risk, et chaque mesure est livré avec ses propres limites. Le résultat final que nous calculons pour un actif, le portefeuille ou une entreprise peut se tromper, et parfois, les erreurs peuvent être assez grand pour faire la VaR une mesure trompeuse de l'exposition au risque. Les raisons de ces erreurs peuvent varier selon les entreprises et pour les différentes mesures et les suivants.

3.7.1 Distributions de revenus

Toute mesure VaR formule des hypothèses sur les distributions de revenus qui, si elles sont violées, aboutissent à des estimations erronées de la valeur à risque. Avec des estimations delta- normale de la VaR, nous supposons que la distribution des rendements multi variée est la distribution normale, puisque la Value at Risk est entièrement basé sur l'écart type des rendements. Avec les simulations de Monte Carlo, nous obtenons une plus grande liberté pour définir les différents types de distributions de retour, mais nous pouvons encore avoir tort quand nous faisons ces jugements . Enfin, des simulations historiques, nous supposons que la distribution des rendements historiques (basé sur des données passées) est représentative de la distribution des rendements prospectifs. Il y a des preuves substantielles que les rendements ne sont pas distribuées normalement et que non seulement les valeurs aberrantes plus communs dans la réalité, mais qu'ils sont beaucoup plus importantes que prévu, compte tenu de la distribution normale. nous avons noté la critique du cadre moyenne-variance et son argument qui retourne suivi distributions en loi de puissance de Mandelbrot. Sa critique portée à l'utilisation de la Value at Risk que la mesure risque de choix des entreprises financières. Les entreprises qui utilisent la VaR pour mesurer leur exposition au risque, selon lui, seraient sous préparé pour les événements importants et potentiellement catastrophiques qui sont extrêmement peu probable dans une distribution normale, mais semblent se produire à intervalles réguliers dans le monde réel.

3.7.2 Histoire ne peut pas un bon indicateur

Toutes les mesures de la VAR utilisent des données historiques à un degré ou un autre. Dans la méthode variance -covariance, les données historiques sont utilisées pour calculer la matrice de variance -covariance qui est la base pour le calcul de la VaR. Dans les simulations historiques, la VaR est entièrement basé sur les données historiques avec la probabilité de pertes de valeur calculée à partir de la série temporelle des retours. Dans les simulations de Monte Carlo, les distributions n'ont pas à être fondées sur des données historiques, mais il est difficile de voir comment bien ils peuvent être dérivées. En bref, toute valeur à la mesure du risque est fonction de la période de temps pendant laquelle les données historiques sont collectées. Si cette période a été relativement stable, la valeur calculée à risque sera faible nombre et minimiser le risque hâte. Inversement, si le temps période examinée a été volatile, la Value at Risk sera trop élevé.

3.7.3 Les corrélations non stationnaires

Les mesures de Value at Risk sont conditionnés sur des estimations explicites de la corrélation entre les sources de risque (la variance-covariance et les simulations de Monte Carlo) ou des hypothèses implicites sur la corrélation (dans les simulations historiques). Ces estimations de corrélation sont généralement basées sur des données historiques et sont extrêmement volatile. Une mesure de combien ils se déplacent peut être obtenu par le suivi des corrélations entre largement suivant les classes d'actifs au cours du temps. Un indicateur dont la VAR est soumis à jugement vient de la plage de valeurs que les analystes attribuent souvent à la mesure, quand on regarde le même risque pour la même entité. Différentes hypothèses sur les distributions de revenus et de différentes périodes historiques peuvent donner des valeurs très différentes pour la VaR. En fait, les différentes mesures de Value at Risk peuvent être calculées pour un portefeuille, même si nous commençons avec les mêmes données sous-jacentes et méthodologie. Une étude de valeur à des mesures de risque utilisées à des sociétés de portefeuille bancaires grandes pour mesurer le risque dans leurs portefeuilles de négociation a conclu qu'ils étaient beaucoup trop conventionnellement fixées et ont été lents à réagir aux circonstances changeantes, en fait, des modèles simples de séries chronologiques surperformé modèles de VaR sophistiqués dans les prédictions. En fait, l'étude a conclu que la valeur calculée à risque était plus un certain nombre de précaution pour le capital à risque que d'une mesure du risque d'un portefeuille. À la défense de la Value at Risk, il convient de souligner qu'il existe des valeurs déclarées en péril les banques sont corrélés avec la volatilité des revenus de négociation à ces banques et peuvent être utilisés comme un indicateur de risque (au moins à partir de la composante de négociation).

3.7.4 Comment gérer le risque en période de crise ?

Cette question obsède tous les acteurs du monde financier. Il est très difficile d'y Répondre avec précision. Néanmoins, nous pouvons émettre certaines hypothèses. Comme nous l'avons vu avec la VaR, les outils de gestion de risque perdent en Précision et en pertinence lors de crise financière. Pourtant, c'est lors de ces Événements que la gestion du risque revête toute son importance. Ce paradoxe Ne signifie pas que la gestion du risque perd son utilité. Au contraire, il est impératif D'accorder davantage d'attention à cette gestion afin d'éviter de tomber dans une Spirale de sous-performance Il est vrai que les indicateurs de risques classiques ne peuvent plus être utilisés de la même façon en cas de chute des marchés. Cela implique que c'est l'aspect humain qui va faire la différence. Il ne faut pas oublier que la gestion du risque est avant tout la Responsabilité d'un individu et non pas d'outils mathématiques. C'est le risque manager qui va prendre une décision et non pas l'ordinateur.

De plus, en cas de crise, nous pensons qu'il faut accorder davantage de crédit aux Informations macro-économiques qu'aux indicateurs de risques.

Dans la pratique, certains gestionnaires de risques donnent trop d'importance aux ratios ou autres indicateurs, ce qui est selon moi une erreur. C'est l'expérience et les connaissances de chaque individu qui va faire la différence. Tous ces indicateurs de risques doivent représenter des outils de travail pour un gestionnaire, en lui fournissant des informations qu'il doit ensuite interpréter. C'est en cas de crise que nous pouvons distinguer le talent d'un bon gestionnaire de risque. Cela nous permet donc de répondre d'une manière supplémentaire à cette problématique liée aux limites de la VaR. Il ne faut pas accorder une confiance aveugle dans ces outils, il faut savoir les interpréter et les utiliser de la bonne façon.

L'avenir de la Value at Risk

La VaR évolue depuis plus de dix ans et aujourd'hui il existe une quantité importante de modèles, chacun correspondant à un besoin différent. Mais sous quelle forme connaîtrons-nous la Value at Risk dans dix ou quinze ans ? L'évolution du domaine financier est constante, cela implique que la gestion du risque doit suivre cette voie. Nous pouvons donc affirmer que la VaR va muer vers un outil plus robuste éliminant les limites qu'elle connaît actuellement. Toutefois, il est difficile de prédire quand et comment se changement va se produire Pour ceux qui imaginent que la VaR pourrait disparaître, il faut leur rappeler que la VaR est aujourd'hui l'indicateur qui traduit le mieux un risque de perte. L'évolution technique et technologique va permettre d'introduire des outils mathématiques et statistiques de plus en plus puissants. Nous pourrions, par exemple, arriver à une Value at Risk en temps réel prenant directement en compte des aspects de stress testing.

CHAPITRE 4

Étude empirique

4.1 Introduction

Le but principal de cette étude est de comparer empiriquement quatre méthodes pour le calcul de la Value-at-Risk : par simulation de Monte Carlo, la variance-covariance (méthode paramétrique), la simulation historique et le bootstrap. Nous avons essayé d'estimer la VaR associé à quatre devises sur le marché de change tunisien. Les données couvrent la période comprise entre 01/05/2010 et 08 /04/2013. L'évolution de ces séries sont représentés par la Figure 4.1. Indépendamment de la technique utilisée, le Yen japonais semble être la devise la plus risquée.

4.2 Données et détermination des variables

Notre base de données est composée des quatre principaux taux de change du dinar tunisien : les taux : TND/USD, TND/EUR , TND/YEN

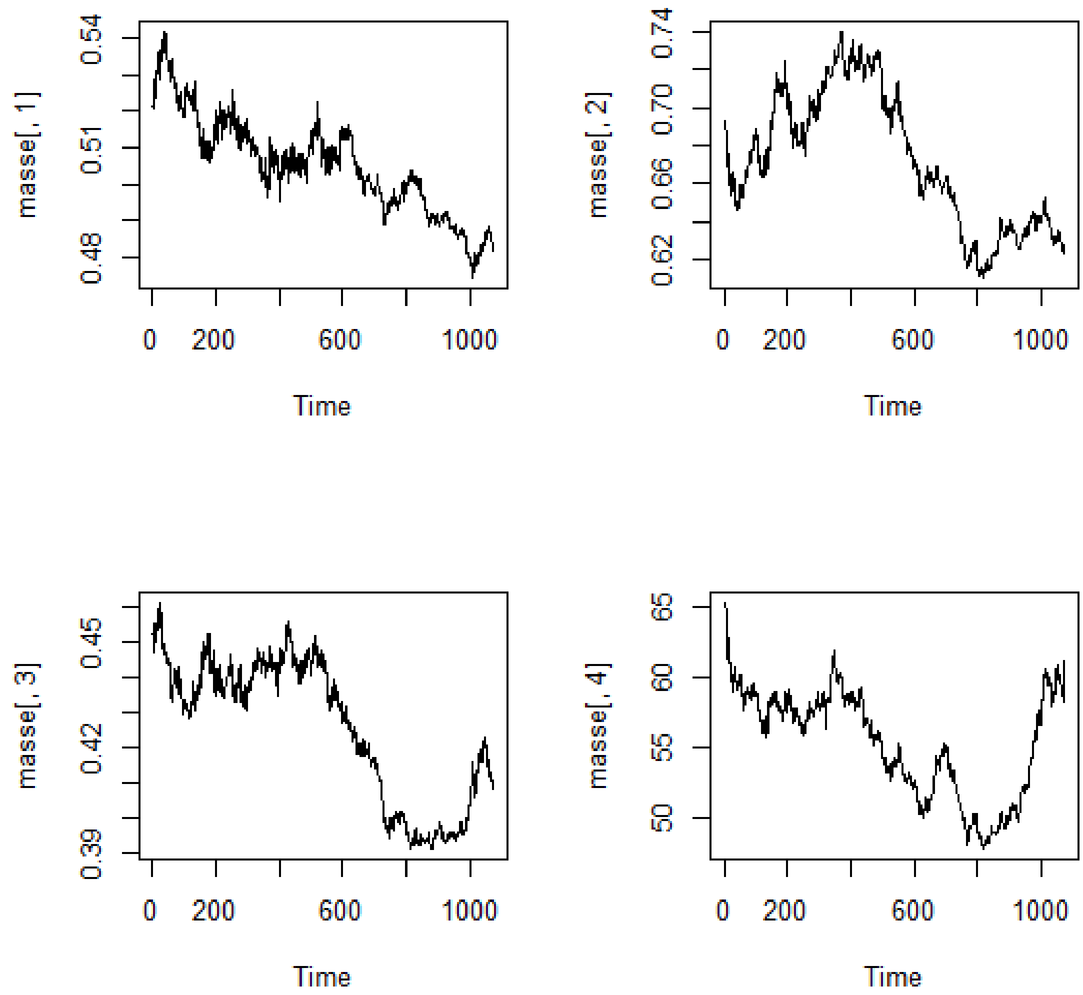

Figure 4.1: Evolution des séries brutes

et TND /POUND. Notre étude porte sur des données journalières du 01/05/2010 au 08/04/2013 soit un nombre total d'observations pour chacune des quatre séries de 1074.

Les taux de change sont des taux au comptant (spot). Ils sont extraits de la base de données du site web http://www.oanda.com/. Pour ce qui concerne le type de la cotation, nous retenons la cotation à l'incertain (c'est le prix en monnaie nationale d'une unité de monnaie étrangère).

	EURO	USA	POUND	YEN
Mean	0.5051306	0.6715277	0.4253921	55.25158
Median	0.5056	0.66745	0.43295	56.065
Maximum	0.5418	0.7406	0.4615	65.3
Minimum	0.4741	0.6097	0.3907	47.7
Skewness	1.9487	1.6047	-5.3731	-3.4172
Kurtosis	-2.0978	-31.3206	-49.199	-16.5289
Jarque Bera	7.3161	69.6214	106.4707	59.5684
Observations	1074	1074	1074	1074

Tableau 4.1: Statistiques descriptives des 4 taux de charge

	TND /EURO	TND/USA	TND/POUND	TND/YEN
Rendement(moyen)	-7.224708e-05	-9.350079e-05	-9.485806e-05	-6.104255e-05
Risque(écart type)	0.01341749	0.03541075	0.0202765	3.814559

Tableau 4.2: Rendement et risque du devise par jour durent la période d'étude

4.2.1 Test de normalité

D'après les résultats présentés au niveau du Tableau 4.1, nous pouvons conclure que la distribution empirique des rendements de différents taux de charge ne peut pas être ajustée par une distribution normale. En effet, les coefficients standardisées de Skewess et de Kurtosis sont respectivement différents de zéro et de trois.

Le rendement d'une série est mesuré par la moyenne alors que le degré du risque associé est mesuré par l'écart type et un concept associé à l'incertitude est la volatilité. Le Tableau 4.2 récapitule les différentes mesures de rendement et du risque associées au distribution globale. Il est à noter que les indicateurs de risque journalières. Ces résultats montrent la nom normalité du distribution global, vu la longueur de la période d'analyse. Par conséquent, la méthode paramétrique ou variance covariance s'avère inappropriée dans ce cas.

4.2.2 Résultats empiriques

Les tableaux suivants résument l'estimation de la valeur à risque pour quatre monnaies différentes, en utilisant les méthodes mentionnées. L'analyse de la valeur à risque sera effectuée pour ces montants, mais en valeur absolue. Dans le même temps, sous l'hypothèse de normalité, l'estimation de la VaR dépend de manière significative sur le niveau de confiance (95% , 97.5% ,99% ou 90%). Les niveaux de confiance nous permettent de contrôler la probabilité que l'investisseur obtiendra un rendement supérieur ou égal à la Valeur à risque. Une VaR , calculé pour un niveau de confiance de 95% ($\alpha = 5\%$), sera égal à 1.651 σ_t, c'est à dire il y a une probabilité de 95% que le rendement de l'actif sera, au moins, égale à -1.65σ_t à la fin de la période. La VaR , défini pour le niveau de 99% de confiance ($\alpha = 1\%$) ,97.5% ($\alpha = 2.5\%$) et 90%($\alpha = 10\%$), sera égal, respectivement, à -2.33, -1.96 σ_t et σ_t. On peut remarquer que la VaR augmente avec le l'augmentation du niveau de confiance. Ceci est parfaitement cohérent, parce que le niveau de confiance augmente, il rapprocher le niveau de 100%, ce qui représente la perte totale. En général, si le niveau de confiance est élevé, le rang de la VaR sera moins et donc la VaR devient plus élevé. Ces résultats confirment les résultats de travaux antérieurs, comme celui par (Hendricks, 1996), dans lequel il a réalisé une étude approfondie sur la performance des modèles de VaR différentes dans l'estimation du risque associé au portefeuille de devises. La Value-at-Risk a été calculé en utilisant des approches différentes (la simulation historique, la moyenne mobile à pondération égale et la moyenne mobile pondérée exponentiellement) et pour différents niveaux de confiance (95% et 99%). Les résultats empiriques montrent l'existence de la relation positive entre la VaR estimée et le niveau de confiance. L'auteur conclut que le choix de celle-ci affecte extrêmement la performance de la VaR . Dans notre cas, en utilisant la technique variance-covariance pour un niveau de confiance de 95% , le yen japonais semble être la devise la plus risquée , tandis que l'euro est considérée comme la moins risquée. Le dollar américain et le Pound anglais se trouve dans une position intermédiaire. Ces remarques toujours vrai, même quand on change le niveau de confiance et l'horizon de temps. En ce qui concerne la simulation historique, nous pouvons noter que, pour un Niveau de confiance de 95%, la perte quotidienne la plus élevée au 1er Janvier, 2008 ne peut pas dépasser 1.82% pour les Japonais Yen, 0,49% pour le dollar américain et de 0.26% pour l'Euro. En effet, l'euro est moins risqué que le dollar. Le yen japonais est la monnaie la plus risquée.

La technique suivante que nous utiliserons est considérée comme une

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.013093648	0.011365330	0.006251295	0.004299253
2011	0.011006864	0.008554940	0.006725441	0.005055241
2012	0.005153678	0.004000091	0.003142830	0.002412145
2013	0.005746134	0.004461282	0.003492143	0.002889856
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	0.016627630	0.011413217	0.009427969	0.006067170
2011	0.010955343	0.007801488	0.006106692	0.005015524
2012	0.006270279	0.005263691	0.004245374	0.003190962
2013	0.008469987	0.007071861	0.006158575	0.004398637
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	0.012844784	0.010469946	0.008888255	0.006274570
2011	0.009478463	0.007645126	0.007176661	0.004803266
2012	0.006159218	0.005509896	0.003809858	0.002838603
2013	0.008463844	0.008237635	0.004381726	0.003457724
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.018801123	0.015994289	0.011936385	0.008734524
2011	0.013355671	0.010052518	0.010052518	0.006018649
2012	0.009185305	0.007268447	0.006183615	0.005070915
2013	0.012832614	0.011031461	0.008736388	0.006634807

Tableau 4.3: VaR : méthode historique

version améliorée de la simulation historique. En fait, l'application de la méthode bootstrap nous permet de créer 50 échantillons de rendements simulés, où chaque observation est obtenue par sélection aléatoire de l'échantillon original de 500, 1000 et 2000 observations. Chaque nouvel échantillon obtenu par cette procédure nous permet d'obtenir une VaR estimée par la simulation historique. La moyenne des estimations, sur la base de ré-échantillonnage de l'échantillon initial, représente la VaR globale. L'application de cette procédure sur un échantillon composé de quatre monnaies différentes nous donne l'estimation de la valeur à risque. Les résultats en utilisant la technique d'amorçage sont présentés dans le tableau. Le Yen japonais reste, de loin, la monnaie la plus risquée, indépendamment du niveau de confiance et l'horizon de temps. La Simulation de Monte Carlo représente le dernier et le plus sophistiqué technique utilisé dans l'estimation de la VaR. En exploitant les données historiques de retour, nous allons calculer la moyenne et l'écart type pour chaque devise. L'utilisation de ces éléments, nous simulons les rendements en faisant une sélection aléatoire.

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.010372297	0.008734384	0.007325689	0.005701554
2011	0.009861157	0.008303395	0.006963635	0.005418976
2012	0.004361057	0.003651730	0.003041669	0.002338309
2013	0.005232805	0.004395272	0.003674947	0.002844459
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	0.012420438	0.010457756	0.008769741	0.006823567
2011	0.008971206	0.007540757	0.006310492	0.004892075
2012	0.006471690	0.005438223	0.004549385	0.003524611
2013	0.006621940	0.005539904	0.004609294	0.003536359
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	0.011537956	0.009708133	0.008134385	0.006319954
2011	0.009353708	0.007864267	0.006583266	0.005106354
2012	0.004828887	0.004037276	0.003356446	0.002571493
2013	0.008335937	0.007071049	0.005983175	0.004728927
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.015696852	0.013125306	0.010913633	0.008363717
2011	0.011897186	0.009984316	0.008339141	0.006442361
2012	0.010124595	0.008563741	0.007221320	0.005673596
2013	0.01784409	0.01519554	0.01291765	0.01029137

Tableau 4.4: VaR : méthode paramétrique

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.013093648	0.011365330	0.006251295	0.004299253
2011	0.011006864	0.008554940	0.006725441	0.005055241
2012	0.005153678	0.004000091	0.003142830	0.002412145
2013	0.005746134	0.004461282	0.003492143	0.002889856
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	0.016627630	0.011413217	0.009427969	0.006067170
2011	0.010955343	0.007801488	0.006106692	0.005015524
2012	0.006270279	0.005263691	0.004245374	0.003190962
2013	0.008469987	0.007071861	0.006158575	0.004398637
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	0.012844784	0.010469946	0.008888255	0.006274570
2011	0.009478463	0.007645126	0.007176661	0.004803266
2012	0.006159218	0.005509896	0.003809858	0.002838603
2013	0.008463844	0.008237635	0.004381726	0.003457724
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.018801123	0.015994289	0.011936385	0.008734524
2011	0.013355671	0.010052518	0.007897203	0.006018649
2012	0.009185305	0.007268447	0.006183615	0.005070915
2013	0.012832614	0.011031461	0.008736388	0.006634807

Tableau 4.5: VaR : méthode bootstrap (500 répétitions)

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.013093648	0.011365330	0.006251295	0.004299253
2011	0.011006864	0.008554940	0.006725441	0.005055241
2012	0.005153678	0.004000091	0.003142830	0.002412145
2013	0.005746134	0.004461282	0.003492143	0.002889856
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	0.016627630	0.011413217	0.009427969	0.006067170
2011	0.010955343	0.007801488	0.006106692	0.005015524
2012	0.006270279	0.005263691	0.004245374	0.003190962
2013	0.008469987	0.007071861	0.006158575	0.004398637
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	0.012844784	0.010469946	0.008888255	0.006274570
2011	0.007645126	0.007645126	0.007176661	0.004803266
2012	0.006159218	0.005509896	0.003809858	0.002838603
2013	0.008463844	0.008237635	0.004381726	0.003457724
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.018801123	0.015994289	0.011936385	0.008734524
2011	0.013355671	0.010052518	0.007897203	0.006018649
2012	0.009185305	0.007268447	0.006183615	0.005070915
2013	0.012832614	0.011031461	0.008736388	0.006634807

Tableau 4.6: VaR : méthode bootstrap (1000 répétitions)

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.013093648	0.011365330	0.006251295	0.04299253
2011	0.011006864	0.008554940	0.006725441	0.005055241
2012	0.005153678	0.004000091	0.003142830	0.002412145
2013	0.005746134	0.004461282	0.003492143	0.002889856
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	0.016627630	0.011413217	0.009427969	0.006067170
2011	0.010955343	0.007801488	0.006106692	0.005015524
2012	0.006270279	0.005263691	0.004245374	0.003190962
2013	0.008469987	0.007071861	0.006158575	0.004398637
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	0.012844784	0.010469946	0.008888255	0.006274570
2011	0.009478463	0.007645126	0.007176661	0.004803266
2012	0.006159218	0.005509896	0.003809858	0.002838603
2013	0.008463844	0.008237635	0.004381726	0.003457724
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.018801123	0.015994289	0.011936385	0.008734524
2011	0.013355671	0.010052518	0.007897203	0.006018649
2012	0.009185305	0.007268447	0.006183615	0.005070915
2013	0.012832614	0.011031461	0.008736388	0.006634807

Tableau 4.7: VaR : méthode bootstrap (2000 répétitions)

TND/EURO				
	99	97,50	95	90
2010	0.003341137	0.003178809	0.003045437	0.002804284
2011	0.004891705	0.004737375	0.004608803	0.004381065
2012	-0.002714283	-0.002802736	-0.002889906	-0.002980555
2013	-0.001487706	-0.001589704	-0.001671385	-0.001777012
TND/USD				
	99	97,50	95	90
2010	-0.004921730	-0.005116116	-0.005280043	-0.005565168
2011	0.002577444	0.002410406	0.002271613	0.002083930
2012	-0.002494369	-0.002615031	-0.002715296	-0.002851636
2013	-0.001335486	-0.001470936	-0.001615579	-0.001753002
TND/POUND				
	99	97,50	95	90
2010	-0.001051538	-0.001243512	-0.001405115	-0.001666646
2011	0.004586366	0.004412638	0.004273251	0.004076251
2012	-0.002830117	-0.002930644	-0.003039426	-0.003144840
2013	-0.001612061	-0.001702939	-0.001804619	-0.001974027
TND/YEN				
	99	97,50	95	90
2010	0.002833829	0.002511229	0.002159630	0.001818461
2011	0.007863815	0.007627602	0.007437793	0.007196236
2012	-0.002608615	-0.002694206	-0.002827301	-0.003054188
2013	-0.001398740	-0.001584113	-0.001736093	-0.002092973

Tableau 4.8: VaR : Simulation Monte Carlo

Conclusion générale

Value at Risk a mis au point un outil d'évaluation des risques dans les banques et autres sociétés de services financiers dans la dernière décennie. Son utilisation dans ces entreprises a été motivée par l'échec des systèmes de suivi des risques utilisées jusqu'au début des années 1990 pour détecter les risques dangereux de prendre de la part des commerçants et offert un avantage clé : une mesure du capital à risque dans des conditions extrêmes dans les portefeuilles de négociation qui pourrait être mis à jour sur une base régulière. Si la notion de Value at Risk est - la simple somme maximale que vous pouvez perdre sur un placement sur une période donnée avec une probabilité donnée - il y a trois façons dont Value at Risk peut être mesuré. Dans la première, nous supposons que les rendements générés par l'exposition à de multiples risques de marché sont normalement distribués. Nous utilisons une matrice de variance- covariance de tous les instruments standardisés représentant divers risques de marché pour estimer l'écart type dans les rendements du portefeuille et calcul de la Value at Risk de cet écart-type. Dans la seconde approche, nous courons un portefeuille grâce à des données historiques - une simulation historique - et estimons la probabilité que les pertes dépassent les valeurs spécifiées. Dans la troisième approche, nous supposons que les distributions de revenus pour chacun des risques de marché individuelles et courons simulations de Monte Carlo pour arriver à la Value at Risk. Chaque mesure est livré avec ses propres avantages et des inconvénients : l'approche variance-covariance est simple à mettre en oeuvre, mais l'hypothèse de normalité peut être difficile à soutenir, simulations historiques supposent que les périodes antérieures utilisés sont représentatifs de l'avenir et simulations de Monte Carlo sont le temps et le calcul intensif. Tous les trois rendements de mesure de la VaR qui constituent des estimations et soumis à jugement.

Nous comprenons pourquoi Value at Risk est un outil d'évaluation des risques populaire dans les entreprises de services financiers, où les actifs sont principalement constitués de valeurs mobilières, il est capital limité au jeu et une superposition de réglementation qui met l'accent sur l'exposition à court terme à des risques extrêmes. Nous sommes pressés de voir pourquoi Value at Risk est particulièrement utile pour les entreprises de services non financiers, sauf s'ils sont très endettée et défaut de risques si les flux de trésorerie ou de valeur inférieure à un seuil prédéterminé. Même dans ces cas, il semblerait que nous soyons plus prudents d'utiliser toutes les informations dans la distribution de probabilité plutôt qu'une petite tranche de celle-ci.

Bibliographie

Basak, S. and Shapiro, A. (2001). Value-at-Risk-Based Risk Management : Optimal Policies and Asset Prices. *Review of Financial Studies*, 14(2) :371–405.

Ben Rejeb, A., Ben Salha, O., and Ben Rejeb, J. (2012). Value-at-risk analysis for the tunisian currency market : A comparative study. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 2(2) :110–125.

Berkowitz, J. and O'Brien, J. (2002). How accurate are value-at-risk models at commercial banks ? *The Journal of Finance*, 57 :1093–1111.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3) :307–327.

Carr, P., Geman, H., Madan, D. B., and Staum, J. (2001). Pricing and hedging in incomplete markets. *Journal of Financial Economics*, pages 131–167.

Cogollo, M. V. and Ochoa, C. M. (2011). Structured monte carlo. estimated value at risk in a stock portfolio in colombia. *AD-minister*, 0(15).

Cuoco, D. and Liu, H. (2006). An analysis of VaR-based capital requirements. *Journal of Financial Intermediation*, 15(3) :362–394.

Danielsson, J., Shin, H. S., and Zigrand, J.-P. (2004). The impact of risk regulation on price dynamics. *Journal of Banking & Finance*, 28(5) :1069–1087.

Engle, R. The use of arch/garch models in applied econometrics. *The Journal of Economic Perspectives*, (4) :157–168.

Escanciano, J. C. and Pei, P. (2012). Pitfalls in backtesting historical simulation var models. Caepr Working Papers 2012-003, Center for Applied Economics and Policy Research, Economics Department, Indiana University Bloomington.

Frittelli, M. and Gianin, E. R. (2002). Putting order in risk measures. *Journal of Banking & Finance*, 26(7) :1473 – 1486.

Hall, P. (1992). *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*. Springer Series in Statistics.

Hendricks, D. (1996). Evaluation of value-at-risk models using historical data. *Economic Policy Review*, pages 39–69.

Hirtle, B. J. (2003). What market risk capital reporting tells us about bank risk. *Economic Policy Review*, 9(3) :37–54.

Jaschke, S., Stahl, G., and Stehle, R. (2003). *Evaluating VaR forecasts under stress : the German experience*. CFS working paper. Frankfurt am Main : CFS.

Jorion, P. (2002). How informative are value-at-risk disclosures ? *The Accounting Review*, 77(4) :911–931.

Kozul, N. (2010). Value at risk (var) as a market risk measure. *Montenegrin Journal of Economics*, 6(11) :145–148.

Lambadiaris G, L., G, P., Skiadopoulos, and Y, Z. (2000). Var : History or simulation. www.risk.net.

Leippold, M., Trojani, F., and Vanini, P. (2004). A geometric approach to multiperiod mean variance optimization of assets and liabilities. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(6) :1079–1113.

Linsmeier, T. J. and Pearson, N. D. (1996). Risk measurement : an introduction to value at risk. ACE Reports 14796, University of Illinois at Urbana-Champaign, Department of Agricultural and Consumer Economics.

Mancini, L. and Trojani, F. (2011). Robust value at risk prediction. *Journal of Financial Econometrics*, 9(2) :281–313.

Morris, S. and Shin, H. S. (2004). Coordination risk and the price of debt. *European Economic Review*, 48(1) :133–153.

Persaud, A. (2001). Sending the herd off the cliff edge : the disturbing interaction between herding and market-sensitive risk management practices. In Settlements, B. f. I., editor, *Market liquidity : proceedings of a workshop held at the BIS*, volume 02, pages 223–240. Bank for International Settlements.

Szego, G. (2002). Measures of risk. *Journal of Banking & Finance*, 26(7) :1253–1272.

Szirmay-Kalos, L. (2000). Monte-carlo methods in global illumination.