Université de Kairouan
ISMAI
Enseignant : Med Essaied Hamrita

Année Universitaire 2014/2015
M1 : Ingénierie Financière

Statistiques paramétriques & non paramétriques

Corrigé du TD4

Exercice 1 : Il s'agit d'un test d'ajustement.
Soit X : une $v.a$ qui désigne le nombre d'erreurs. On veut tester si :

$$H_0 : X \sim \mathscr{L} \text{ définie par : } p[X = x] = \frac{13-x}{91}, x = 0, 1, \ldots, 12$$

La statistique à utiliser est :

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{i=12} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2(12)$$

où 0_i : fréquence (effectif) observée et E_i : fréquence (effectif) théorique, $E_i = np_i$, $n = \sum O_i$.
Pour le calcul de la statistique, on aura ce tableau :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0_i	25	18	16	11	8	7	6	4	2	2	1	1	1
E_i	14.57	13.45	12.32	11.21	10.09	8.96	7.84	6.72	5.604	4.483	3.362	2.24	1.12
$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$	7.46	1.53	1.093	0.0038	0.432	0.431	0.434	1.104	2.318	1.375	1.66	0.687	0.013

D'où χ^2_O=18.55 et on a, d'après la table, $\chi^2_{0.95}(12) = 21.026$, donc $\chi^2_O < \chi^2_{0.95}(12)$, ce qui permet d'accepter H_0 au seuil $\alpha = 5\%$.

Exercice 2 : Il s'agit d'un test d'indépendance.
H_0 : L sort de la blessure est indépendante du fait porter ou non la ceinture.
La statistique à utiliser est :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{i=2} \sum_{j=1}^{j=3} \frac{\left(O_{ij} - E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} \sim \chi^2((I-1)(J-1))$$

où $E_{ij} = \dfrac{O_{i.}O_{.j}}{n}$. Les valeurs de E_{ij} sont données dans le tableau suivant :

	C	NC
Mineure	120	2800
Majeure	1500	3500
Mortelle	300	700

D'où le tableau des valeurs de $\frac{(0_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$ est :

	C	NC
Mineure	1408.33	603.571
Majeure	735	315
Mortelle	208.33	89.28
Totale	2351.667	1007.857

D'où $\chi^2_O = 3359.524 > \chi^2_{0.95}(2) = 5.991$, donc on rejette H_0 au seuil $\alpha = 5\%$, c-à-d, le sort de la blessure dépend du fait porter ou non la ceinture.

Exercice 3 : Ici, on observe deux échantillons issus de la même population et on ne sait pas la loi de ces deux échantillons, donc pour étudier s'il y a une différence entre eux, on peut utiliser le test de Wilcoxon.

A	11.2	8.6	6.5	17.3	14.3	10.7	9.8	13.3
B	10.4	12.1	9.1	15.6	16.7	10.7	12.8	15.5
D_i=A-B	0.8	-3.5	-2.6	1.7	-2.4	0	-3	-2.2
R_i	2	-8	-6	3	-5	1	-7	-4

On déduit $W_+ = 6$, $W_- = 30$ et $W = \max W_+, W_- = 30$.

D'après la table de Wilcoxon, $W_{0.05}(8) = 2.04 < W$, au seuil $\alpha = 5\%$, on décide H_0, c-à-d, il n'y a pas une différence significative entre les deux mesures.